



# **ẢNH HƯỞNG CỦA PHA BAN ĐẦU CỦA LASER LÊN ĐỊNH LUẬT TỈ LỆ THEO BƯỚC SÓNG CỦA HIỆU SUẤT PHÁT XẠ SÓNG ĐIỀU HÒA BẬC CAO**

**Đỗ Thị Kim Ngân, Phan Thị Ngọc Loan\***

*Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*

*\*Tác giả liên hệ: Phan Thị Ngọc Loan – Email: loanptn@hcmue.edu.vn*

*Ngày nhận bài: 13-11-2018; ngày nhận bài sửa: 29-11-2018; ngày duyệt đăng: 23-3-2019*

## **TÓM TẮT**

*Chúng tôi nghiên cứu ảnh hưởng của pha ban đầu (CEP) của laser lên định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất phát xạ sóng điều hòa bậc cao (HHG) phát ra từ nguyên tử hydro tương tác với laser cường độ cao, xung cực ngắn. Laser tương tác có độ dài xung là hai chu kỳ quang học. Kết quả cho thấy định luật tỉ lệ của hiệu suất HHG giảm chậm nhất với  $CEP = 0^\circ$  và giảm nhanh nhất với  $CEP = 90^\circ$ . Khi tăng dần CEP của laser, định luật tỉ lệ của hiệu suất HHG giảm nhanh dần theo bước sóng.*

**Từ khóa:** sóng điều hòa bậc cao, định luật tỉ lệ theo bước sóng, laser xung cực ngắn, pha ban đầu.

## **1. Mở đầu**

Một trong những hiệu ứng phi tuyến xảy ra khi laser cường độ cao, xung cực ngắn tương tác với vật chất là phát xạ sóng điều hòa bậc cao (High-order Harmonic Generation, viết tắt là HHG). Sóng HHG là những photon phát ra có tần số bằng bội số nguyên lần tần số laser chiếu vào nên được gọi là sóng điều hòa bậc cao (Corkum, 1993; Lewenstein, Balcou, Ivanov, L'Huillier, & Corkum, 1994). Bội số nguyên này được gọi là bậc HHG. Năm 1987, McPherson khi nghiên cứu tương tác laser với khí neon đã tạo ra HHG bậc cao đầu tiên. Những năm gần đây, sự phát triển của kỹ thuật tạo xung laser cường độ cao, xung cực ngắn đã góp phần vào việc tạo ra sóng HHG có tần số ngày càng cao, lên đến gấp hàng trăm lần tần số laser chiếu vào.

Thông qua việc ghi nhận cường độ theo tần số của sóng HHG phát ra sau quá trình tương tác, người ta thu được phổ HHG. Dựa theo sự thay đổi cường độ HHG theo tần số mà phổ HHG được chia thành ba miền đặc trưng rõ rệt (Corkum, 1993; Lewenstein et al., 1994). Ở miền tần số thấp, cường độ HHG giảm nhanh và được gọi là miền nhiễu loạn. Sau đó, là miền phẳng với cường độ HHG tương đối ổn định trong một dải tần số HHG. Vị trí kết thúc của miền phẳng được gọi là điểm dừng (cutoff). Sau điểm dừng, cường độ HHG giảm đột ngột.

Năm 1994, Lewenstein dựa vào thuyết trường mạnh đã phát triển mô hình ba bước – hay còn gọi là mô hình Lewenstein (Lewenstein et al., 1994). Mô hình này đã cung cấp bức tranh trực quan, giải thích quá trình phát xạ sóng HHG. Ban đầu, electron bị giam trong một hố thế được tạo bởi tương tác Coulomb giữa electron và hạt nhân. Khi có laser, điện trường làm biến dạng hố thế năng của nguyên tử, phân tử, và electron bị ion hóa xuyên hầm ra miền năng lượng liên tục. Sau đó, ở bước thứ hai, electron được gia tốc bởi điện trường laser. Sau nửa chu kỳ quang học, điện trường laser đổi chiều, electron quay trở lại gặp ion mẹ. Lúc này, electron có động năng quay về cực đại  $3.17U_p$ . Cuối cùng, electron tái kết hợp với ion mẹ, chuyển từ trạng thái liên tục sang trạng thái liên kết và phát ra HHG. Phổ HHG thu được có năng lượng điểm dừng theo quy luật  $I_p + 3.17U_p$  với  $I_p$  là thế ion hóa và  $U_p$  là thế trọng động của electron trong trường laser (Lewenstein et al., 1994).

Các công trình nghiên cứu về HHG cho thấy nó có vai trò quan trọng trong việc trích xuất thông tin cấu trúc nguyên tử, phân tử (M. Lein, Hay, Velotta, Marangos, & Knight, 2002); tái tạo lớp orbital của phân tử (Itatani et al., 2004); thăm dò thông tin cấu trúc của phân tử như dao động hạt nhân (Manfred Lein, 2005); hay nghiên cứu cấu trúc phân bố electron (Chen, Yang, Chen, & Wang, 2015). Đặc biệt, tính đến thời điểm hiện tại, HHG là nguồn duy nhất tạo ra xung laser có độ dài xung cỡ atto giây (Li, Laughlin, & Chu, 2014) – có ý nghĩa quan trọng trong việc nghiên cứu các chuyển động cực nhanh trong phân tử, nguyên tử.

Để tạo ra xung atto giây từ phổ HHG, có hai vấn đề cần quan tâm là cường độ và năng lượng điểm dừng của phổ HHG. Khi cường độ phát xạ phổ HHG càng lớn thì xung atto giây có cường độ càng cao. Khi năng lượng điểm dừng của phổ HHG lớn thì xung atto giây tạo ra có tần số cao và độ dài xung ngắn (Li et al., 2014). Theo Lewenstein (Lewenstein et al., 1994) thì năng lượng điểm dừng phụ thuộc vào thế trọng động  $U_p \sim \lambda^2$ , với  $\lambda$  là bước sóng của laser tương tác. Một trong những phương pháp để tăng năng lượng điểm dừng là tăng bước sóng laser. Tuy nhiên, tại một giá trị cường độ laser xác định, khi tiến hành tăng bước sóng laser thì cường độ phổ HHG giảm (Lewenstein et al., 1994). Sự giảm này được mô tả bằng quy luật, được gọi là định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất sóng điều hòa bậc cao (wavelength scaling law of HHG yield) (Du, Xue, Wang, Wen, & Hu, 2014; He et al., 2013; Lan, Takahashi, & Midorikawa, 2010; Shiner et al., 2009a; Tate et al., 2007; Yavuz, Altun, & Topcu, 2012; Yue, Du, Wu, Li, & Hu, 2017).

Định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất HHG đã được nghiên cứu cả mặt lí thuyết (He et al., 2013; Lan et al., 2010; Tate et al., 2007; Yue et al., 2017) lẫn thực nghiệm (Shiner et al., 2009a). Các tác giả (Shiner et al., 2009b; Tate et al., 2007) đã chỉ ra rằng, khi thay đổi bước sóng laser, hiệu suất phát xạ HHG giảm theo quy luật  $\lambda^{-x}$  với  $x \sim 5 \div 6$  trong vùng bước sóng ngắn dưới 2000 nm cho nguyên tử. Ngoài ra, sự giảm hiệu suất HHG theo sự tăng bước sóng còn được nghiên cứu trong trường laser hai màu (Lan et al., 2010) hay

trong trường không đồng nhất (He et al., 2013). Năm 2014, nhóm của H. Du (Du et al., 2014) đã nghiên cứu định luật tỉ lệ theo bước sóng cho nguyên tử Rydberg. Gần đây, năm 2017, công trình (Yue et al., 2017) đã nghiên cứu định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất phát xạ sóng điều hòa bậc cao của phân tử  $H_2^+$  kéo dài. Kết quả cho thấy, hiệu suất phát xạ HHG trong những trường hợp này (He et al., 2013; Lan et al., 2010; Yue et al., 2017) giảm theo bước sóng chậm hơn so với trường hợp laser đơn sắc tương tác với nguyên tử trong môi trường đồng nhất. Trong các nghiên cứu trên (He et al., 2013; Lan et al., 2010; Shiner et al., 2009a; Tate et al., 2007; Yue et al., 2017) các tác giả sử dụng xung laser nhiều chu kỳ nên pha ban đầu của laser (CEP) không ảnh hưởng đến định luật tỉ lệ của hiệu suất phát xạ HHG theo bước sóng. Khi nguyên tử tương tác với xung laser ít chu kỳ thì giá trị CEP ảnh hưởng đến phổ HHG và do đó, ảnh hưởng lên định luật tỉ lệ bước sóng của cường độ HHG. Cụ thể, năm 2012, I. Yavuz và các cộng sự (Yavuz et al., 2012) đã chỉ ra ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất phát xạ HHG phát ra từ nguyên tử hydro ở trạng thái cơ bản trong hai trường hợp  $CEP=0^0$  và  $CEP=90^0$ . Kết quả (Yavuz et al., 2012) cho thấy khi laser có xung dạng hình thang, với  $CEP=0^0$  định luật tỉ lệ là  $\lambda^{-4.6}$ , giảm chậm hơn so với trường hợp  $CEP=90^0$  ( $\lambda^{-5.2}$ ). Gần đây, H. Du đã thu được kết quả tương tự khi dùng laser hai chu kỳ có xung dạng hình sin bình phương trong (Du et al., 2014). Cụ thể, hiệu suất HHG với  $CEP=0^0$  thay đổi theo bước sóng theo định luật  $\lambda^{-4.7}$ ; còn với  $CEP=90^0$  là  $\lambda^{-8.3}$ . Các công trình (Du et al., 2014; Yavuz et al., 2012) chỉ nghiên cứu định luật tỉ lệ theo bước sóng hai giá trị là  $CEP=0^0$  và  $CEP=90^0$ . Theo hiểu biết của chúng tôi, ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất phát xạ HHG của nguyên tử, khi CEP tăng dần từ  $0^0$  đến  $90^0$  vẫn chưa được nghiên cứu chi tiết.

Mục tiêu của bài báo này là khảo sát sự ảnh hưởng của CEP của laser lên định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất HHG của nguyên tử hydro khi tương tác với xung laser ít chu kỳ. Cụ thể, trong bài báo này, chúng tôi sẽ sử dụng laser có độ dài hai chu kỳ.

Để thực hiện mục tiêu trên, trước tiên, chúng tôi sẽ tính phổ HHG ứng với laser có CEP và bước sóng khác nhau từ 800 nm đến 1800 nm. Để tính phổ HHG, chúng tôi giải số phương trình Schrödinger phụ thuộc thời gian (Time Dependent Schrödinger Equation – TDSE). Từ đó, chúng tôi sẽ tính hiệu suất phát xạ HHG và chỉ ra sự ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất HHG. Song song đó, mô phỏng cổ điển để mô tả chuyển động của electron trong trường laser sẽ được tính để giải thích kết quả từ TDSE. Đây sẽ là cơ sở để chúng tôi mở rộng nghiên cứu ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất HHG của nguyên tử ở trạng thái Rydberg trong các nghiên cứu tiếp theo.

## 2. Phương pháp

Trong bài báo này, để tính được phổ HHG, chúng tôi giải số phương trình TDSE. Đồng thời, hướng tiếp cận cổ điển nhằm mô tả chuyển động của electron trong trường laser cũng sẽ được trình bày trong mục này.

### 2.1. Phương pháp TDSE tính phổ HHG

Phương trình Schrödinger cho nguyên tử hydro khi tương tác với xung laser phân cực thẳng trong không gian ba chiều được viết trong hệ tọa độ nguyên tử như sau

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 - \frac{1}{r} + \vec{r} \cdot \vec{E}(t) \right] \psi(\vec{r}, t). \quad (1)$$

Điện trường của laser có dạng

$$E(t) = E_0 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T_d}\right) \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

Trong đó, các giá trị  $E_0$ ,  $T_d$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  lần lượt là cường độ điện trường cực đại, độ dài xung, tần số và pha ban đầu (CEP) của laser. Trong bài báo này, chúng tôi sử dụng laser phân cực thẳng có điện trường hướng theo trục  $z$ , cường độ  $150 \text{ TW/cm}^2$  và độ dài xung bằng hai chu kỳ quang học. Chúng tôi xét trường hợp nguyên tử hydro ở trạng thái cơ bản  $|1s\rangle$ .

Phương trình (1) được giải bằng phương pháp biểu diễn biến rời rạc DVR (Light, Hamilton, & Lill, 1985) và phương pháp tách toán tử (Tong & Chu, 1997). Khi giải số TDSE, để tránh sự phản xạ, chúng tôi dùng hàm hấp thụ  $\cos^{1/4}\left[\frac{\pi(r-r_{cut})}{2(r_{max}-r_{cut})}\right]$  với  $r \geq r_{cut}$ ; để đảm bảo tính hội tụ, chúng tôi sử dụng các tham số  $r_{max} = 450 \text{ a.u.}$ ,  $r_{cut} = 300 \text{ a.u.}$ , điểm chia NDVR là 2000, số lượng hàm cầu  $L_{max} = 160$  và bước nhảy thời gian  $0.07 \text{ a.u.}$

Gia tốc lưỡng cực điện của nguyên tử thời điểm  $t$  có dạng

$$a(t) = \langle \psi(\vec{r}, t) | \nabla V(r) + E(t) | \psi(\vec{r}, t) \rangle, \quad (3)$$

với  $V(r)$  là thế năng Coulomb của nguyên tử hydro.

Cường độ HHG được tính từ gia tốc lưỡng cực điện như sau

$$P(\omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \exp(-i\omega t) dt \right|^2. \quad (4)$$

Hiệu suất phát xạ HHG (HHG yield) được định nghĩa là cường độ HHG lấy tích phân trong một dải tần số  $\omega_1 \div \omega_2$ , và có dạng

$$\Delta I = \frac{1}{3c^3 T} \int_{\omega_1}^{\omega_2} P(\omega) d\omega, \quad (5)$$

với  $c$ ,  $T$  lần lượt là vận tốc ánh sáng và chu kỳ quang học của xung laser.

## 2.2. Mô hình cổ điển mô phỏng chuyển động tự do của electron trong trường laser

Chúng tôi giả sử rằng, sau khi bị ion hóa ra vùng liên tục, chuyển động của electron chỉ bị ảnh hưởng bởi laser. Ảnh hưởng của thế Coulomb của nguyên tử được bỏ qua. Chuyển động của electron trong điện trường chính là bước hai của mô hình ba bước của Lewenstein (Lewenstein et al., 1994). Do laser tương tác có phân cực thẳng hướng dọc theo trục  $z$ , do đó, chúng tôi coi  $z$  là phương chuyển động của electron. Ban đầu, tại thời điểm ion hóa  $t_0$ , electron có vị trí ban đầu  $z_0 = 0$  và vận tốc ban đầu

$$\dot{z}(t_0) = 0. \quad (6)$$

Định luật II Newton mô tả sự chuyển động của electron trong trường laser

$$\ddot{z}(t) = -\vec{E}(t). \quad (7)$$

Sau nửa chu kỳ laser, điện trường đổi chiều và kéo electron gặp ion mẹ. Tại thời điểm tái kết hợp  $t_r$ , electron có vị trí

$$z(t_r) = 0. \quad (8)$$

Như vậy, bó sóng electron di chuyển tự do trong miền liên tục trong khoảng thời tính từ thời điểm ion hóa xuyên hầm đến thời điểm tái kết hợp

$$\tau = t_r - t_0. \quad (9)$$

Động năng của electron thu được trong điện trường

$$W_k(t_r) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(t_r)^2. \quad (10)$$

Electron tái kết hợp với hạt nhân mẹ và chuyển từ trạng thái liên tục về trạng thái liên kết phát ra sóng HHG với năng lượng

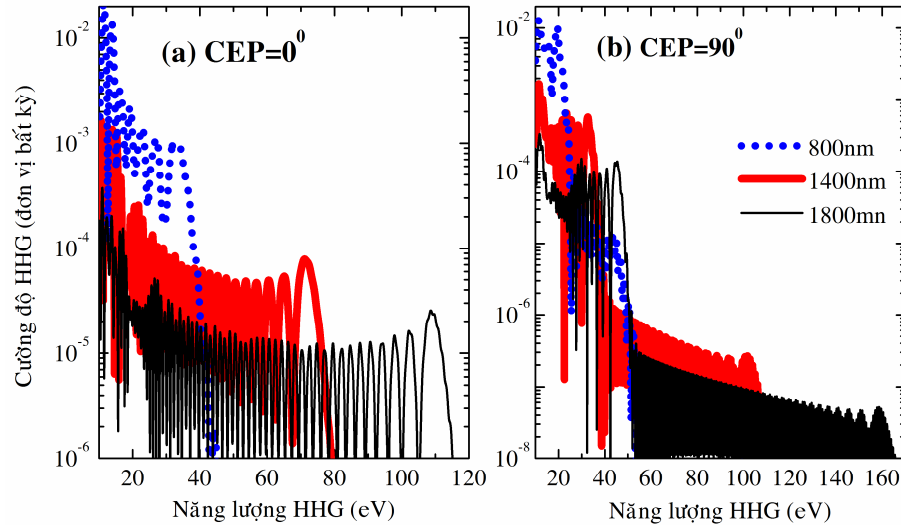
$$E_\omega = I_p + W_k(t_r). \quad (11)$$

## 3. Kết quả

Trong phần này, chúng tôi sẽ trình bày kết quả tính số phổ HHG bằng phương pháp TDSE. Sau đó, sự ảnh hưởng của CEP và bước sóng laser lên hiệu suất phát xạ HHG của nguyên tử hydro sẽ được trình bày và giải thích bằng mô phỏng cổ điển chuyển động của electron trong trường laser.

### 3.1. Phổ HHG của nguyên tử hydro

Kết quả tính phổ HHG của nguyên tử hydro khi tương tác với laser có bước sóng khác nhau được trình bày trên Hình 1. Xung laser có cường độ  $150 \text{ TW/cm}^2$ , độ dài xung hai chu kỳ, bước sóng 800 nm, 1400 nm, và 1800 nm với CEP=0<sup>0</sup> (Hình 1a), và CEP=90<sup>0</sup> (Hình 1b). Kết quả cho thấy, phổ HHG trong hai trường hợp CEP=0<sup>0</sup> và CEP=90<sup>0</sup> đều được đặc trưng bởi miền phẳng được trải dài trên một miền của tần số. Miền phẳng kết thúc bởi điểm dừng rõ rệt. Riêng trường hợp CEP=90<sup>0</sup>, phổ HHG có hai miền phẳng tương xứng với hai điểm dừng rõ rệt.



**Hình 1.** Phổ HHG của nguyên tử hydro tương tác với xung laser

có cường độ  $150 \text{ TW/cm}^2$ , hai chu kỳ, (a)  $\text{CEP}=0^\circ$  và (b)  $\text{CEP}=90^\circ$  với bước sóng khác nhau

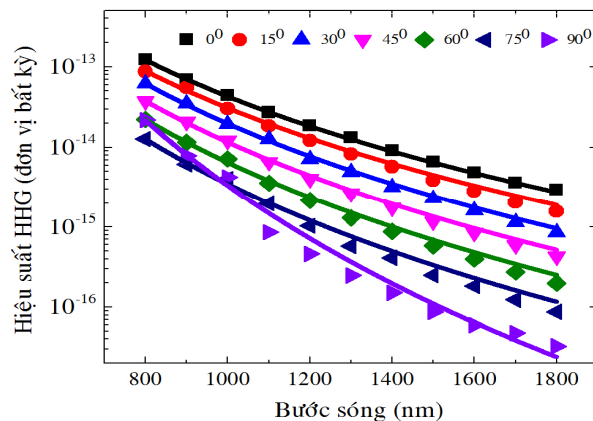
Hình 1 cho thấy, khi tăng bước sóng laser thì năng lượng photon HHG tại vị trí điểm dừng tăng. Cụ thể, Hình 1a với  $\text{CEP}=0^\circ$ , bước sóng 800 nm có năng lượng HHG tại vị trí điểm dừng  $\sim 33 \text{ eV}$ , với bước sóng 1400 nm là  $\sim 71 \text{ eV}$ , và  $\sim 109 \text{ eV}$  cho bước sóng 1800 nm. Các điểm dừng trên thỏa mãn công thức  $I_p + 2.11U_p$ . Với  $\text{CEP}=90^\circ$  (Hình 1b), phổ HHG có hai điểm dừng do có hai thời điểm electron bị ion hóa có động năng quay về đạt giá trị cực đại (Phan, Do, Nguyen, & Tran, n.d.). Điểm dừng thứ nhất thỏa mãn công thức  $I_p + 0.65U_p$  và điểm dừng thứ hai thỏa mãn công thức  $I_p + 3.18U_p$ . Lưu ý rằng, ở đây năng lượng điểm dừng tại  $\text{CEP}=0^\circ$  và  $\text{CEP}=90^\circ$  tuân theo quy luật khác với công thức  $I_p + 3.17U_p$  thông thường. Nguyên nhân là laser sử dụng có độ dài xung ngắn, nên động năng electron thu được khi di chuyển tự do trong điện trường phụ thuộc vào độ dài xung và CEP của laser (Phan et al., n.d.). Chi tiết ảnh hưởng của CEP lên vị trí điểm dừng trong phổ HHG đã được chúng tôi nghiên cứu chi tiết, và đã giải thích thành công sự phụ thuộc này bằng mô hình cổ điển trong (Phan et al., n.d.). Thêm vào đó, năng lượng photon tại vị trí điểm dừng phụ thuộc vào thế trọng động  $U_p$  với  $U_p \sim \lambda^2$  nên bước sóng tăng thì năng lượng điểm dừng tăng.

Mặt khác, Hình 1a và Hình 1b cho thấy, khi tăng bước sóng laser thì cường độ phổ HHG giảm. Cụ thể, Hình 1a, với  $\text{CEP}=0^\circ$ , cường độ HHG tương ứng bước sóng 1800 nm thấp hơn 0.5 bậc so với cường độ HHG của bước sóng 1400 nm, và thấp hơn 2 bậc so với cường độ HHG của bước sóng 800 nm. Tương tự, với  $\text{CEP}=90^\circ$  (Hình 1b), cường độ phổ

HHG ở hai vùng miền phẳng đều giảm dần khi tăng bước sóng laser. Như vậy, khi tăng bước sóng laser, điểm dừng của phổ HHG tăng, tuy nhiên, cường độ HHG giảm. Quy luật giảm của cường độ HHG khi tăng bước sóng laser tương tác sẽ được chúng tôi khảo sát chi tiết trong mục 3.2.

### 3.2. Ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất HHG của nguyên tử hydro

Để khảo sát chi tiết sự giảm của cường độ HHG theo sự tăng của bước sóng, chúng tôi khảo sát bước sóng laser trong vùng 800-1800 nm với  $\Delta\lambda = 100$  nm. Hiệu suất phát xạ HHG, được lấy tích phân trong vùng từ  $I_p + U_p$  đến  $I_p + 2U_p$ . Kết quả hiệu suất HHG cho laser với CEP thay đổi từ  $0^0$  đến  $90^0$  được trình bày trên Hình 2. Hình 2 cho thấy, tại mỗi giá trị CEP, hiệu suất HHG giảm khi tăng bước sóng laser tương tác. Sự giảm của hiệu suất phát xạ HHG khi tăng bước sóng được thể hiện quy định luật tỉ lệ (Du et al., 2014; He et al., 2013; Lan et al., 2010; Shiner et al., 2009b; Tate et al., 2007; Yavuz et al., 2012; Yue et al., 2017). Theo đó, hiệu suất phát xạ HHG giảm theo bước sóng theo quy luật  $\Delta I \sim \lambda^{-x}$ . Từ dữ liệu hiệu suất HHG được trình bày trên Hình 2, chúng tôi khớp hàm và thu được giá trị của  $x$  và được trình bày trên Bảng 1. Kết quả cho thấy, với CEP= $0^0$ , định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất phát xạ HHG là  $\lambda^{-4.7}$ . Quy luật này giảm chậm hơn so với  $\lambda^{-x}$  với  $x \sim 5-6$  khi laser có nhiều chu kỳ (He et al., 2013; Lan et al., 2010; Shiner et al., 2009b; Tate et al., 2007; Yue et al., 2017). Khi CEP= $90^0$ , hiệu suất phát xạ HHG giảm nhanh hơn, theo quy luật  $\lambda^{-8.3}$ . Như vậy, khi tăng bước sóng, laser có CEP= $0^0$  sẽ cho hiệu suất HHG giảm chậm hơn so với trường hợp CEP= $90^0$ . Kết quả này phù hợp với công trình (Du et al., 2014).



**Hình 2.** Sự phụ thuộc vào bước sóng của hiệu suất phát xạ HHG, được lấy tích phân trong vùng từ  $I_p + U_p$  đến  $I_p + 2U_p$ . Laser tương tác có cường độ  $150 \text{ TW/cm}^2$ , độ dài xung hai chu kỳ, CEP tăng từ  $0^0$  đến  $90^0$  với bước nhảy  $15^0$

Tiếp theo, chúng tôi nghiên cứu chi tiết định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất HHG khi thay đổi CEP của laser tương tác. CEP tăng từ  $0^0$  đến  $90^0$  với bước nhảy  $15^0$ . Định luật tỉ lệ theo bước sóng của cường độ HHG  $\Delta I \sim \lambda^{-x}$  với  $x$  được trình bày trên Bảng 1 ứng với mỗi giá trị của CEP. Kết quả cho thấy, khi CEP tăng thì giá trị của  $x$  tăng dần, tức định luật tỉ lệ theo bước sóng của cường độ HHG giảm nhanh hơn. Cụ thể, CEP tăng từ  $0^0$  đến  $75^0$ , tỉ lệ bước sóng giảm chậm dần. Chúng tôi nhận thấy, tỉ lệ bước sóng của CEP= $75^0$ , hiệu suất phát xạ HHG giảm theo  $\lambda^{-5.8}$ , thấp hơn so với trường hợp  $\lambda^{-4.7}$  ứng với CEP= $0^0$  xấp xỉ 1 bậc. Khi CEP tăng từ  $75^0$  đến  $90^0$ , tỉ lệ bước sóng giảm nhanh với tỉ lệ bước sóng của CEP= $90^0$  thấp hơn CEP= $75^0$  hơn 2 bậc. Như vậy, CEP= $0^0$  có hiệu suất HHG giảm chậm nhất với  $\lambda^{-4.7}$  và CEP= $90^0$  có hiệu suất giảm nhanh nhất với  $\lambda^{-8.3}$ . Khi tăng CEP của laser, định luật tỉ lệ giảm nhanh dần theo bước sóng laser. Tóm lại, chúng tôi đã nghiên cứu chi tiết sự ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ theo bước sóng laser của hiệu suất HHG, được lấy tích phân trên các vùng tần số khác và cho quy luật tương tự.

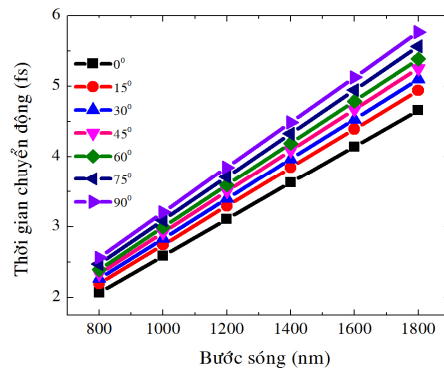
**Bảng 1.** Giá trị của  $x$  trong định luật tỉ lệ theo bước sóng  $\Delta I \sim \lambda^{-x}$  của hiệu suất HHG, được lấy tích phân trong vùng từ  $I_p + U_p$  đến  $I_p + 2U_p$  ứng với khi CEP của laser khác nhau

CEP	$0^0$	$15^0$	$30^0$	$45^0$	$60^0$	$75^0$	$90^0$
$x$	4.7	4.8	5.1	5.3	5.5	5.8	8.3

Để giải thích sự giảm nhanh dần của hiệu suất phát xạ HHG theo bước sóng khi tăng CEP của laser, chúng tôi tính độ rộng của bó sóng electron. Theo công trình (Du et al., 2014; Lan et al., 2010), định luật tỉ lệ theo bước sóng giảm là do độ rộng của bó sóng electron  $a(\tau)$  lan truyền trong miền liên tục tăng theo bước sóng. Hơn nữa, độ rộng này lại tỉ lệ thuận với thời gian chuyển động  $\tau$  của electron trong miền liên tục theo biểu thức

$$a(\tau)^2 = a_0^2 + \frac{\tau^2}{a_0^2}, \quad (12)$$

trong đó,  $a_0$  là độ rộng ban đầu của bó sóng tại thời điểm ion hóa.



**Hình 3.** Thời gian chuyển động của electron trong miền liên tục ứng với năng lượng electron  $1.5U_p$ . Laser có bước sóng từ 800 nm đến 1800 nm với CEP từ  $0^0$  đến  $90^0$



Thời gian chuyển động của electron trong miền liên tục  $\tau$  ứng với năng lượng  $1.5U_p$  được chúng tôi tính bằng mô phỏng cổ điển và trình bày trên Hình 3 cho các CEP của laser khác nhau. Hình 3 cho thấy, với mỗi CEP cố định, thời gian chuyển động tự do của electron  $\tau$  tăng dần khi tăng bước sóng laser. Thời gian chuyển động  $\tau$  sẽ làm cho hiệu suất phát xạ HHG giảm (Du et al., 2014; Lan et al., 2010). Mặt khác, khi tăng dần giá trị CEP của laser, thời gian chuyển động của electron trong miền liên tục tăng, do đó, độ rộng bó sóng tăng nên hiệu suất HHG giảm dần. Chính điều này đã làm cho định luật tỉ lệ theo bước sóng của hiệu suất phát xạ HHG giảm nhanh dần khi tăng CEP của laser. Trường hợp CEP=90<sup>0</sup> có thời gian chuyển động tự do của electron lớn nhất nên định luật tỉ lệ theo bước sóng giảm nhanh nhất. Ngược lại, CEP=0<sup>0</sup> có thời gian chuyển động  $\tau$  ngắn nhất nên hiệu suất HHG giảm theo bước sóng chậm nhất.

#### 4. Kết luận

Dựa vào phổ HHG được tính bằng phương pháp giải số TDSE cho nguyên tử hydro khi tương tác với xung laser hai chu kỳ với pha ban đầu CEP khác nhau, chúng tôi đã chỉ ra ảnh hưởng của CEP laser lên định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất phát xạ HHG. Khi giá trị CEP cố định, tăng bước sóng laser tương tác thì hiệu suất phát xạ HHG giảm và được mô tả bởi định luật tỉ lệ của bước sóng  $\Delta I \sim \lambda^{-x}$ . Khi giá trị CEP tăng dần từ 0<sup>0</sup> đến 90<sup>0</sup>, giá trị của  $x$  tăng dần, tức hiệu suất HHG giảm nhanh dần theo bước sóng. Thông qua mô phỏng cổ điển chuyển động của electron trong trường laser, chúng tôi nhận thấy, khi CEP tăng thì thời gian chuyển động tự do của electron tăng dần, do đó, hiệu suất phát xạ HHG giảm dần. Như vậy, chúng tôi đã giải thích thành công sự ảnh hưởng của CEP lên định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất HHG cho nguyên tử hydro ở trạng thái cơ bản. Đây sẽ là cơ sở để chúng tôi mở rộng nghiên cứu ảnh hưởng CEP lên định luật tỉ lệ bước sóng của hiệu suất HHG cho nguyên tử Rydberg.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

❖ **Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được tài trợ bởi đề tài Khoa học và Công nghệ cấp Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, mã số CS2017.19.49. Các tác giả chân thành cảm ơn TS Hoàng Văn Hưng – Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh đã hỗ trợ kỹ thuật giải TDSE tính phổ HHG.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Chen, J., Yang, Y., Chen, J., & Wang, B. (2015). Probing dynamic information and spatial structure of Rydberg wave packets by harmonic spectra in a few-cycle laser pulse. *Physical Review A*, 91(4), 043403.
- Corkum, P. B. (1993). Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization. *Physical Review Letters*, 71(13), 1994.

- Du, H., Xue, S., Wang, H., Wen, Y., & Hu, B. (2014). Wavelength scaling of high-order harmonic yield from a Rydberg atom in a few-cycle pulse. *Journal of the Optical Society of America B*, 31(7), 1621.
- He, L., Wang, Z., Li, Y., Zhang, Q., Lan, P., & Lu, P. (2013). Wavelength dependence of high-order-harmonic yield in inhomogeneous fields. *Physical Review A*, 88(5), 053404.
- Itatani, J., Levesque, J., Zeidler, D., Niikura, H., Pépin, H., Kieffer, J. C., ... Villeneuve, D. M. (2004). Tomographic imaging of molecular orbitals. *Nature*, 432(7019), 867.
- Lan, P., Takahashi, E. J., & Midorikawa, K. (2010). Wavelength scaling of efficient high-order harmonic generation by two-color infrared laser fields. *Physical Review A*, 81(6), 061802(R).
- Lein, M., Hay, N., Velotta, R., Marangos, J. P., & Knight, P. L. (2002). Interference effects in high-order harmonic generation with molecules. *Physical Review A*, 66(2), 023805.
- Lein, Manfred. (2005). Attosecond probing of vibrational dynamics with high-harmonic generation. *Physical Review Letters*, 94(5), 053004.
- Lewenstein, M., Balcou, P., Ivanov, M. Y., L'Huillier, A., & Corkum, P. B. (1994). Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields. *Physical Review A*, 49(3), 2117.
- Li, P. C., Laughlin, C., & Chu, S. I. (2014). Generation of isolated sub-20-attosecond pulses from He atoms by two-color midinfrared laser fields. *Physical Review A*, 89(2), 023431.
- Light, J. C., Hamilton, I. P., & Lill, J. V. (1985). Generalized discrete variable approximation in quantum mechanics. *The Journal of Chemical Physics*, 82(3), 1400.
- Phan, N.-L., Do, K.-N., Nguyen, T.-P., & Tran, P.-H. (n.d.). The influence of the carrier-envelope phase of the laser on the cutoff energy in the high-order harmonic spectra from Rydberg atom. *HCMUE Journal of Science*, (accepted).
- Shiner, A. D., Trallero-Herrero, C., Kajumba, N., Bandulet, H. C., Comtois, D., Légaré, F., ... Villeneuve, D. M. (2009a). Wavelength scaling of high harmonic generation efficiency. *Physical Review Letters*, 103(7), 073902. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.073902>
- Shiner, A. D., Trallero-Herrero, C., Kajumba, N., Bandulet, H. C., Comtois, D., Légaré, F., ... Villeneuve, D. M. (2009b). Wavelength scaling of high harmonic generation efficiency. *Physical Review Letters*, 103(7), 073902.
- Tate, J., Auguste, T., Muller, H. G., Salières, P., Agostini, P., & Dimauro, L. F. (2007). Scaling of wave-packet dynamics in an intense midinfrared field. *Physical Review Letters*, 98(1), 013901.
- Tong, X., & Chu, S. (1997). Theoretical study of multiple high-order harmonic generation by intense ultrashort pulsed laser fields: A new generalized pseudospectral time-dependent method. *Chemical Physics*, 217, 119.
- Yavuz, I., Altun, Z., & Topcu, T. (2012). Wavelength scaling of high-order-harmonic-generation efficiency by few-cycle laser pulses: Influence of carrier-envelope phase. *Physical Review A*, 86(4), 043836.
- Yue, S., Du, H., Wu, H., Li, J., & Hu, B. (2017). Wavelength dependence of high-harmonic yield in stretched molecules. *Chemical Physics*, 494(August), 56-60.

**THE INFLUENCE OF THE CARRIER-ENVELOPE-PHASE  
OF THE LASER ON THE WAVELENGTH SCALING LAW  
OF HIGH-ORDER HARMONIC GENERATION**

*Do Thi Kim Ngan, Phan Thi Ngoc Loan\**

*Ho Chi Minh City University of Education*

*\*Corresponding author: Phan Thi Ngoc Loan – Email: loanptn@hcmue.edu.vn*

*Received: 13/11/2018; Revised: 29/11/2018; Accepted: 23/3/2019*

**ABSTRACT**

*This paper investigates the influence of the carrier-envelope-phase (CEP) of the laser on the wavelength scaling law of high-order harmonic generation (HHG) yield from hydrogen atom, exposed to an ultrashort and intense laser. The laser duration is two optical cycles. The results show that, the scaling law is slowest decreased with  $CEP = 0^\circ$  and fastest decreased with  $CEP = 90^\circ$ . As the CEP of laser increases, the wavelength scaling law of HHG yield is faster decreased.*

**Keywords:** high-order harmonic generation, wavelength scaling law, ultrashort laser, carrier-envelope-phase.