
Chương 5: Sử dụng logic mệnh đề và vị từ

Biểu diễn tri thức nhờ logic vị từ

- Tri thức được thể hiện dưới dạng lớp của các biểu thức logic và cơ sở tri thức giải bài toán được thiết lập trên cơ sở lớp của các biểu thức logic này.
- Luật suy diễn và thủ tục chứng minh tri thức được lập luận trên cơ sở toán học logic với các yêu cầu đặt ra của bài toán.
- Với phương pháp biểu diễn này cung cấp ý tưởng để tiếp cận với ngôn ngữ lập trình Prolog trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo.
- Biểu diễn tri thức nhờ logic vị từ còn được gọi là một ngôn ngữ biểu diễn dùng để mã hóa tri thức dưới dạng sao cho dễ lập trình với ngôn ngữ lập trình Prolog.

Nội dung

- Phép toán mệnh đề
- Biểu diễn sự kiện đơn giản
- Biểu diễn: *isa* và *instance*
- Các hàm và vị từ khả tính toán
- Luật phân giải
- Phân giải mệnh đề
- Đưa về clause form

Phép toán mệnh đề

- **Mệnh đề:** là các câu khẳng định về thế giới
- Mệnh đề có thể đúng (true) hoặc sai (false)

- Mệnh đề đơn giản:

Đồng là một kim loại \Rightarrow Đúng

Gỗ là một kim loại \Rightarrow Sai

Hôm nay là thứ Hai \Rightarrow Sai

- Ký hiệu trong phép tính mệnh đề:

- Ký hiệu mệnh đề: P, Q, R, S,...
- Ký hiệu chân lý: true, false
- Các phép toán logic: \wedge (hội), \vee (tuyển), \neg (phủ định),
 \Rightarrow (kéo theo), $=$ (tương đương)

Phép toán mệnh đề ...

- Định nghĩa *câu* trong phép tính mệnh đề:
 - Mỗi ký hiệu mệnh đề, ký hiệu chân lý là một câu
 - Phủ định của một câu là một câu
 - Hội, tuyển, kéo theo, tương đương của hai câu là một câu.
- Ký hiệu (), [] được dùng để nhóm các ký hiệu vào các biểu thức con.
- Một *biểu thức mệnh đề* được gọi là một *câu* (hay *công thức dạng chuẩn*- WFF: Well-Formed Formula) \Leftrightarrow nó có thể được tạo thành từ những ký hiệu hợp lệ thông qua một dãy các luật trên.

Ví dụ: $((P \wedge Q) \Rightarrow R) = \neg P \vee \neg Q \vee R$

Phép toán mệnh đề ...

■ Mệnh đề tương đương

□ **Dạng hấp thu**

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (\neg A \vee B) = A \wedge B$$

$$A \vee (\neg A \wedge B) = A \vee B$$

□ **Dạng De Morgan**

$$\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

■ **Dạng khác**

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$\neg (A \Rightarrow B) = A \wedge \neg B$$

$$A \Rightarrow B = A \wedge \neg B \Rightarrow \text{FALSE}$$

Phép toán mệnh đề ...

■ Các luật suy diễn

■ Luật Modus Ponens (MP)

$$A, A \Rightarrow B \quad \therefore \quad B$$

■ Luật Modus Tollens (MT)

$$A \Rightarrow B, \neg B \quad \therefore \quad \neg A$$

■ Luật Hội

$$A, B \quad \therefore \quad A \wedge B$$

■ Luật đơn giản

$$A \wedge B \quad \therefore \quad A$$

■ Luật Cộng

$$A \quad \therefore \quad A \vee B$$

■ Luật tam đoạn luận tuyến

$$A \vee B, \neg A \quad \therefore \quad B$$

■ Luật tam đoạn luận giả thiết

$$A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \quad \therefore \quad A \Rightarrow C$$

Biểu diễn sự kiện đơn giản: VD1

Câu	Biểu diễn
It is raining	RAINING
It is sunny	SUNNY
It is Windy	WINDY
If it is raining, then it is not sunny	RAINING \rightarrow \negSUNNY

Một cách biểu diễn facts trong logic mệnh đề

Biểu diễn sự kiện đơn giản: VD2

Câu	Biểu diễn
Socrates is a man	SOCRATESMAN
Plato is a man	PLATOMAN
All men are mortal	MORTALMAN

Một cách biểu diễn facts trong logic mệnh đề

Nhược điểm:

1. Không có sự tương tự giữa Socrates và Plato
2. Không nói lên được từng phần tử của man là mortal.
→ Không suy diễn được gì.

Biểu diễn sự kiện đơn giản...

- Sử dụng logic vị từ cấp 1 (PC)
 - Ví dụ

Câu	Biểu diễn
Socrates is a man	$\text{man}(\text{socrates})$
Plato is a man	$\text{man}(\text{plato})$
All men are mortal	$\forall X (\text{man}(X) \rightarrow \text{mortal}(X))$

Một cách biểu diễn facts trong logic vị từ

Biểu diễn sự kiện đơn giản...

- Suy diễn

Câu	Suy ra được
Socrates is a man	Socrates is mortal
All men are mortal	

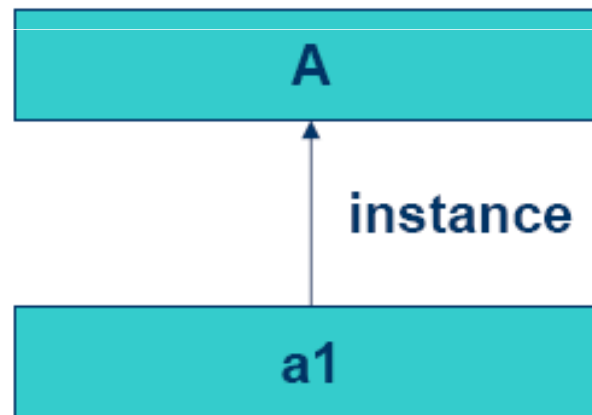
Biểu diễn	Suy ra được
man(socrates)	mortal(socrates)
$\forall X (\text{man}(X) \rightarrow \text{mortal}(X))$	

Biểu diễn sự kiện đơn giản...

- Biểu diễn vị từ cho các câu sau đây:
 - Marcus was a man
 - Marcus was a Pompeian
 - All Pompeians were Romans
 - Caesar was a ruler
 - All Romans were either loyal to Caesar or hated him
 - Everyone is loyal to someone
 - People only try to assassinate rulers they are not loyal to
 - Marcus tried to assassinate Caesar

Biểu diễn: Isa và instance

- Biểu diễn instance: a1 là thành viên của A
 - Mạng ngữ nghĩa:



- Logic:
 - Tên lớp làm vị từ: như ví dụ trước
A(a1)
→ thường được dùng hơn.
 - instance là tên vị từ:
instance(a1, A)

Biểu diễn: isa và instance...

- 5 câu đầu của ví dụ trên có thể biểu diễn:
 - 1. man(Marcus)
 - 2. Pompeian(Marcus)
 - 3. $\forall X: \text{Pompeian}(X) \rightarrow \text{Roman}(X)$
 - 4. ruler(Caesar)
 - 5. $\forall X: \text{Roman}(X) \rightarrow \text{loyalto}(X, \text{Caesar}) \vee \text{hate}(X, \text{Caesar})$
 - Hoặc:
 - 1. instance(Marcus, man)
 - 2. instance(Marcus, Pompeian)
 - 3. $\forall X: \text{instance}(X, \text{Pompeian}) \rightarrow \text{instance}(X, \text{Roman})$
 - 4. instance(Caesar, ruler)
 - 5. $\forall X: \text{instance}(X, \text{Roman}) \rightarrow \text{loyalto}(X, \text{Caesar}) \vee \text{hate}(X, \text{Caesar})$

Các hàm và vị từ khả tính toán

- Các trường hợp có thể khai báo được, như:
 - `tryassassinate(Marcus, Ceasar)`.
 - `loyalto(Marcus, Caesar)`
 - ...
- Trong trường hợp như quan hệ trên các số, như:
 - $1 < 2$
 - $2 < 3$
 - $7 > (3+2)$
 - → Không thể ghi đủ: `lt(q,1)`, `lt(2,3)`;
 - Gọi hàm để tính $(3 + 2)$ → tính toán được `gt(7,3+2)` và trả về trị `(true)`

Các hàm và vị từ khả tính toán ...

■ Dùng hàm và vị từ tính toán được (VD):

□ 1. Marcus was a man.

man(Marcus)

□ 2. Marcus was a Pompeian.

Pompeian(Marcus)

□ 3. Marcus was born in 40 A.D

born(Marcus,40)

□ 4. All men are mortal.

$\forall X: \text{man}(X) \rightarrow \text{mortal}(X)$

Các hàm và vị từ khả tính toán ...

- Dùng hàm và vị từ tính toán được (VD)
 - 5. All Pompeian died when the volcano erupted in 79 AD.
 $\text{erupted}(\text{volcano}, 79) \wedge \forall X: [\text{Pompeian}(X) \rightarrow \text{died}(X, 79)]$
 - 6. No mortal lives longer than 150 years.
 $\forall X: \forall T1: \forall T2 : \text{mortal}(X) \wedge \text{born}(X, T1) \wedge \text{gt}(T2 - T1, 150) \rightarrow \text{dead}(X, T2)$
 - 7. It is now 1991
 - $\text{now} = 1991$
 - **Question:**
 - Is Marcus alive ?
 - **Hay:**
 - $\text{alive}(\text{Marcus}, \text{now})$
 - **OR:** $\neg \text{alive}(\text{Marcus}, \text{now})$

Các hàm và vị từ khả tính toán ...

■ Dùng hàm và vị từ tính toán được (VD):

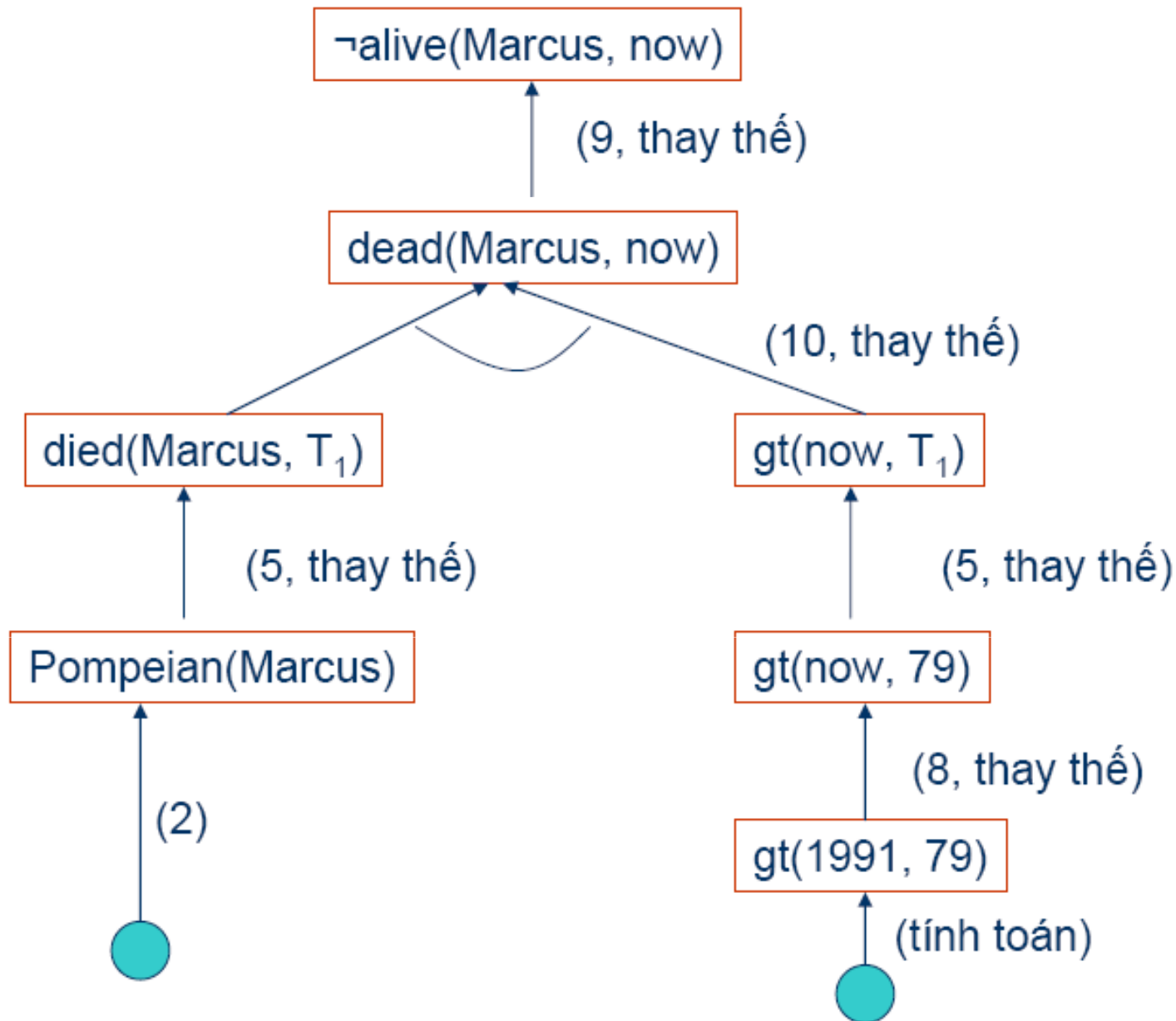
- → Cơ sở tri thức không chứa mối quan hệ giữa alive và dead
- → Bổ sung:
- 8. Alive means not dead.

$$\forall X: \forall T: [\text{alive}(X,T) \rightarrow \neg \text{dead}(X,T)] \wedge$$
$$[\neg \text{dead}(X,T) \rightarrow \text{alive}(X,T)]$$

- 9. Is someone dies, he is dead at all later times

$$\forall X: \forall T1: \forall T2: \text{died}(X,T1) \wedge \text{gt}(T2, T1) \rightarrow \text{dead}(X, T2)$$

Các hàm và vị từ khả tính toán ...



Luật phân giải

- Thủ tục chứng minh chỉ dựa trên 1 phép toán – phân giải.
- Dạng chứng minh: phản chứng.
- Chứng minh P bằng cách giả thiết $\neg P$ rồi cố gắng đưa ra mâu thuẫn.
- Yêu cầu: các biểu thức phải được chuẩn hoá trước ở dạng clause (clause form)
- Clause Form = clause \wedge clause \wedge clause \wedge ...
- Clause = term \vee term \vee term
- Ví dụ clause:
 - $P \vee \neg Q \vee R$.
 - $\neg P \vee Q \vee \neg R$
 - $\neg \text{Roman}(X) \vee \text{hate}(X, \text{Ceasar})$
- Luật phân giải:
 - Mệnh đề
 - Vị từ

Luật phân giải ...

- Để chứng minh P từ tập F của các mệnh đề:
 - 1. Chuyển F sang clause form
 - 2. Lập $\neg P$, chuyển $\neg P$ sang clause form. Thêm vào các clause ở bước 1
 - 3. Lặp đến khi gặp mâu thuẫn, hoặc không thể đi tiếp được nữa:
 - 1. Chọn 2 clauses ở dạng.
a v C1
 $\neg a$ v C2
Với C1, C2 biểu thức con của 1 clause
 - 2. Thêm vào tập clauses dòng:
(C1 – a) v (C2 – $\neg a$)
Dấu “–” nghĩa là loại bỏ a khỏi C1 và $\neg a$ khỏi C2

Luật phân giải: ví dụ

Cho tập:

1. P
2. $(P \wedge Q) \rightarrow R$
3. $(S \vee T) \rightarrow Q$
4. T

Chứng minh: R

Phủ định biểu
thức cần chứng
minh

Biểu thức	Chuẩn hoá
P	P
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$\neg P \vee \neg Q \vee R$
$(S \vee T) \rightarrow Q$	$\neg S \vee Q$
	$\neg T \vee Q$
T	T
$\neg R$	$\neg R$

Luật phân giải: ví dụ

■ Chứng minh

STT	Clauses	Ghi chú
1	P	Tiền đề (p)
2	$\neg P \vee \neg Q \vee R$	P
3	$\neg S \vee Q$	p
4	$\neg T \vee Q$	P
5	T	p
6	$\neg R$	P
7	$\neg P \vee \neg Q$	2,6
8	$\neg Q$	1,7
9	$\neg T$	4,8
10	□	5,9

Luật phân giải: ví dụ

- Ví dụ: Chứng minh hình thức bằng luật phân giải cho đoạn văn sau đây:

“ Nam hoặc là chuyên gia hoặc là người cá biệt. Nếu Nam là chuyên gia thì Nam có nhiều báo cáo có tiếng và được đồng nghiệp tin cậy. Nếu Nam có nhiều báo cáo có tiếng thì hộp thư của Nam có nhiều thư. Nếu Nam là người cá biệt thì Nam không được bạn bè tôn trọng. Quan sát thấy rằng, hộp thư của Nam không có nhiều thư “.

chứng minh: “Nam không được bạn bè tôn trọng.“

Luật phân giải: ví dụ ...

■ Các mệnh đề:

- P1 = “Nam là chuyên gia”
- P2 = “Nam là người cá biệt”
- P3 = “Nam có nhiều báo cáo có tiếng”
- P4 = “Nam được đồng nghiệp tin cậy”
- P5 = “Hộp thư của Nam có nhiều thư”
- P6 = “Nam được bạn bè tôn trọng”

■ Các câu:

1. $(P1 \wedge \neg P2) \vee (\neg P1 \wedge P2)$
2. $P1 \rightarrow (P3 \wedge P4)$
3. $P3 \rightarrow P5$
4. $P2 \rightarrow \neg P6$
5. $\neg P5$

Luật phân giải: ví dụ ...

Biểu thức	STT	Clauses	Ghi chú
$(P1 \wedge \neg P2) \vee (\neg P1 \wedge P2)$	1	$P1 \vee P2$	P
	2	$\neg P1 \vee \neg P2$	P
$P1 \rightarrow (P3 \wedge P4)$	3	$\neg P1 \vee P3$	P
	4	$\neg P1 \vee P4$	P
$P3 \rightarrow P5$	5	$\neg P3 \vee P5$	P
$P2 \rightarrow \neg P6$	6	$\neg P2 \vee \neg P6$	P
$\neg P5$	7	$\neg P5$	P
$\neg(\neg P6)$	8	$P6$	P

Phủ định của kết luận

Luật phân giải: ví dụ ...

■ Chứng minh

Biểu thức	STT	Clauses	Ghi chú
	9	$\neg P2$	6,8
	10	P1	1,9
	11	P3	10,3
	12	P5	11,5
	13	\square	12,7

Đưa về clause form

- Câu sau được dùng làm ví dụ trong thủ tục đưa về clause form.
 - “All Romans who know Marcus either hate Caesar or think that anyone who hates anyone is crazy”
 - $\forall X: [roman(X) \wedge know(X, Marcus)] \rightarrow [hate(X, Ceasar) \vee (\forall Y: \exists Z: hate(Y,Z) \rightarrow thinkcrazy(X,Y))]$

Đưa về claus form...

1. Loại bỏ \rightarrow

dùng tương đương: $a \rightarrow b = \neg a \vee b$

□ Ví dụ

□ $\forall X: [\text{roman}(X) \wedge \text{know}(X, \text{Marcus})] \rightarrow$
 $[\text{hate}(X, \text{Ceasar}) \vee$
 $(\forall Y: \exists Z: \text{hate}(Y, Z) \rightarrow \text{thinkcrazy}(X, Y))]$

□ $\forall X: \neg[\text{roman}(X) \wedge \text{know}(X, \text{Marcus})] \vee$
 $[\text{hate}(X, \text{Ceasar}) \vee$
 $(\forall Y: \exists Z: \text{hate}(Y, Z) \rightarrow \text{thinkcrazy}(X, Y))]$

Đưa về claus form...

2. Thu giảm tầm vực của \neg vào đến mức term.

- Dùng tương đương:

$$\neg(\neg p) = p$$

- De Morgan:

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$

$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

- Tương đương lượng từ:

$$\neg \forall X: P(X) = \exists X: P(X)$$

$$\neg \exists X: P(X) = \forall X: \neg P(X)$$

■ Áp dụng cho ví dụ trước

- $\forall X: [\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{Marcus})] \vee$
 $[\text{hate}(X, \text{Ceasar}) \vee$
 $(\forall Y: \exists Z: \neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$

Đưa về claus form...

3. Chuẩn hoá các biến để các lượng từ chỉ ràng buộc 1 biến duy nhất.

□ Biến đổi như VD sau:

$$\forall X: P(X) \vee \forall X: Q(X) = \forall X: P(X) \vee \forall Y: Q(Y)$$

4. Chuyển lượng từ về bên trái. Chú ý, không chuyển thứ tự của chúng

□ Ví dụ: tiếp bước 2.

$$\forall X: \forall Y: \exists Z: [\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{Marcus})] \vee$$
$$[\text{hate}(X, \text{Ceasar}) \vee$$
$$(\neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$$

Đưa về claus form...

- 5. Loại bỏ lượng từ tồn tại : Sử dụng hàm skolem
 - Hàm skolem:
$$\forall X: \forall Y: \exists Z : P(X, Y, Z) = \forall X: \forall Y: P(X, Y, f(X, Y))$$
 - Biến của lượng từ tồn tại được thay là hàm theo những biến của lượng từ với mọi trước nó
- Bỏ qua các lượng từ (với mọi) còn lại ở bước 5. xem như mọi biến đều bị tác động bởi lượng từ với mọi (\forall)
 - Ví dụ: tiếp bước 4
$$[\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{Marcus})] \vee [\text{hate}(X, \text{Ceasar}) \vee (\neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$$

Đưa về claus form...

7. Chuyển hội chuẩn (Conjunctive Normal Form - CNF)

- ❑ Một chuỗi các mệnh đề kết nối nhau bằng quan hệ AND (\wedge). Mỗi mệnh đề có dạng một tuyển OR (\vee) của các biến mệnh đề.
- ❑ Dùng phép phân phối giữa \vee và \wedge
- ❑ Dạng thường gặp:
$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$$
$$(a \wedge b) \vee (c \wedge d) = (a \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee c) \wedge (b \vee d)$$
- ❑ Ví dụ: tiếp bước 6
$$\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{Marcus}) \vee$$
$$\text{hate}(X, \text{Ceasar}) \vee \neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y)$$

Đưa về claus form...

8. Tách riêng các clause trong CNF ở trên

- Nếu có clause form:

$$(a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \wedge (a \vee \neg c \vee e)$$

- Thì được tách riêng thành các clause:

1. $(a \vee \neg b)$

2. $(\neg a \vee c \vee d)$

3. $(a \vee \neg c \vee e)$

- Đưa các lượng từ về từng clause

- $(\forall X: P(X) \wedge Q(X)) = \forall X: P(X) \wedge \forall X: Q(X)$

Đưa về clause form...

- BT: đưa về clause form các câu sau:
 1. $\forall X A(X) \vee \exists X B(X) \rightarrow \forall X C(X) \wedge \exists X D(X)$
 2. $\forall X (p(X) \vee q(X)) \rightarrow \forall X p(X) \vee \forall X q(X)$
 3. $\exists X p(X) \wedge \exists X q(X) \rightarrow \exists X (p(X) \wedge q(X))$
 4. $\forall X \exists Y p(X, Y) \rightarrow \forall Y \exists X p(X, Y)$
 5. $\forall X (p(X, f(X)) \rightarrow p(X, Y))$