

---

# Chương 7: Tri thức và suy luận không chắc chắn

---

---

# Nội dung

- Giới thiệu xác suất
- Luật Bayes, định lí Bayes
- Certainty factors – Hệ số chắc chắn
- Hệ chuyên gia MYCIN
- Logic mờ và ứng dụng

# Giới thiệu

- Các nguyên nhân của sự không chắc chắn:
  - Dữ liệu/thông tin/tri thức có thể: không đủ, không đáng tin cậy, không đúng, không chính xác
  - Các phép suy luận có thể không hợp logic: suy luận ngược từ kết luận về điều kiện (abduction reasoning)
  - Việc mô tả đầy đủ và chính xác đòi hỏi độ phức tạp tính toán, lập luận cao.
- Xử lý trường hợp không chắc chắn:
  - Tiếp cận thống kê: quan tâm đến mức độ tin tưởng (belief) của một khẳng định.
    - Lý thuyết xác suất Bayesian (Bayesian Probability Theory)
    - Đại số chắc chắn Stanford (The Stanford Certainty Algebra)
  - Suy luận theo Logic mờ (Fuzzy Logic) quan tâm đến mức độ thật (truth) của một khẳng định.

# Xác suất

- Hữu dụng để:
  - Mô tả một thế giới hoàn toàn ngẫu nhiên (chơi bài,...)
  - Mô tả một thế giới bình thường (mối tương quan thống kê,...)
  - Mô tả các ngoại lệ (tỉ lệ xuất hiện lỗi,...)
  - Làm cơ sở cho việc học của máy (quy nạp cây quyết định,...)
- Thường xác suất được dùng cho:
  - Sự kiện: xác suất của việc quan sát một chứng cứ nào đó.
  - Giả thuyết: xác suất để giả thuyết đúng.
- Theo xác suất truyền thống: tần số xuất hiện tương đối của một sự kiện trong một thời gian dài sẽ tiến đến xác suất của nó.

# Lý thuyết xác suất

- Cho các sự kiện (mệnh đề)  $e_1 \dots e_n$ :

$$P(e_i) \in [0,1] \quad (i = 1, \dots, n)$$

$$P(e_1) + P(e_2) + \dots + P(e_n) = 1$$

Ví dụ: đồng xu tốt:  $P(\text{mặt_sấp}) = P(\text{mặt_ngửa}) = 0.5$

đồng xu không đều:  $P(\text{mặt_sấp}) = 0.7 \quad P(\text{mặt_ngửa}) = 0.3$

- Nếu sự kiện  $e_1$  và  $e_2$  độc lập nhau:

$$P(e_1 \wedge e_2) = P(e_1) * P(e_2)$$

$$P(e_1 \vee e_2) = P(e_1) + P(e_2) - P(e_1) * P(e_2)$$

$$P(\neg e) = 1 - P(e)$$

Ví dụ: tung 2 đồng xu: các khả năng có thể xảy ra là SS SN NS NN, suy ra:

$$P(S \wedge N) = \frac{1}{4} = 0.25 \quad P(S \vee N) = \frac{3}{4} = 0.75$$

# Xác suất có điều kiện

- *Xác suất tiên nghiệm* (prior probability) hay xs vô điều kiện (unconditional probability): là xs của một sự kiện trong điều kiện không có tri thức bổ sung cho sự có mặt hay vắng mặt của nó.
- *Xác suất hậu nghiệm* (posterior probability) hay xs có điều kiện (conditional probability): là xs của một sự kiện khi biết trước một hay nhiều sự kiện khác

$$P(e_1|e_2) = \frac{P(e_1 \wedge e_2)}{P(e_2)}$$

- Ví dụ:  $P(\text{cúm}) = 0.001$   $P(\text{sốt}) = 0.003$   
 $P(\text{cúm} \wedge \text{sốt}) = 0.000003$   
nhưng cúm và sốt là các sự kiện không độc lập  
các chuyên gia cho biết:  $P(\text{sốt} | \text{cúm}) = 0.9$

# Suy luận Bayesian (1)

- $P(h|e)$  là xác suất khẳng định *giả thuyết*  $h$  đúng cho trước *bằng chứng*  $e$ .

$$P(h|e) = \frac{P(e|h) * P(h)}{P(e)} \quad \Leftarrow \text{luật Bayes}$$

Công thức này nói rằng xác suất đúng của giả thuyết  $h$  khi quan sát được bằng chứng  $e$ , bằng với xác suất cho rằng chúng ta sẽ quan sát được bằng chứng  $e$  nếu giả thuyết  $h$  là đúng, nhân với xác suất tiên nghiệm của  $h$ , tất cả chia cho xác suất tiên nghiệm của việc quan sát được bằng chứng  $e$ .

# Suy luận Bayesian (2)

Ví dụ: Bằng chứng (triệu chứng): bệnh nhân bị sốt

Giả thuyết (bệnh): bệnh nhân bị cảm cúm

$$P(\text{cúm}|\text{sốt}) = \frac{P(\text{cúm}) * P(\text{sốt}|\text{cúm})}{P(\text{sốt})} = \frac{0.001 * 0.9}{0.003} = 0.3$$

Các con số ở vế phải thì dễ đạt được hơn con số ở vế trái

- Khi nào bằng chứng e không làm tăng xác suất đúng của giả thuyết h?
  - Khi xác suất của giả thuyết h đã là 1.0
  - Khi bằng chứng e không liên quan gì đến giả thuyết h



# Tại sao sử dụng luật Bayes?

Tri thức về nguyên nhân (knowledge of causes):

$P(\text{sốt} \mid \text{cúm})$

thì dễ dàng có được hơn là tri thức về chẩn đoán  
(diagnostic knowledge):

$P(\text{cúm} \mid \text{sốt})$ .

Luật Bayes cho phép chúng ta sử dụng tri thức về nguyên nhân để suy ra tri thức về chẩn đoán.

# Các vấn đề trong suy luận Bayes

Việc tính toán các xác suất tiên nghiệm và hậu nghiệm liên quan đòi hỏi một sự thu thập dữ liệu rất lớn

- Trong thực tế phải xử lý nhiều triệu chứng
  - Chỉ có vài triệu chứng là độc lập nhau:

$$P(s_i | s_j) = P(s_i)$$

- Nếu chúng không độc lập nhau:

$$P(d | s_1 \& s_2 \& \dots s_n) = \frac{P(d) * P(s_1 \& s_2 \& \dots s_n | d)}{P(s_1 \& s_2 \& \dots s_n)}$$

- Đối với thông tin phủ định:

$$P(\text{not } s) = 1 - P(s) \quad \text{và} \quad P(\text{not } d | s) = 1 - P(d | s)$$

# Sự độc lập của các điều kiện trong luật Bayes

- Trong thực tế có nhiều giả thuyết cạnh tranh nhau, vì vậy công thức Bayes tổng quát nhất là:

$$P(h_i | e) = \frac{P(e | h_i) * P(h_i)}{\sum_k (P(e | h_k) * P(h_k) )}$$

Đòi hỏi tất cả các  $P(e | h_k)$  phải **độc lập nhau**.

- Giả sử các chấm đỏ và sốt là độc lập về điều kiện khi cho trước bệnh sỏi:

$$P(\text{các chấm đỏ, sốt} | \text{sỏi}) = P(\text{các chấm đỏ} | \text{sỏi}) P(\text{sốt} | \text{sỏi})$$

- Khi đó ta có thể kết luận:

$$\begin{aligned} P(\text{các chấm đỏ, sốt, sỏi}) &= P(\text{các chấm đỏ, sốt} | \text{sỏi}) P(\text{sỏi}) \\ &= P(\text{các chấm đỏ} | \text{sỏi}) P(\text{sốt} | \text{sỏi}) P(\text{sỏi}) \end{aligned}$$

# Các yếu tố chắc chắn Stanford

Không phải là xác suất, mà là độ đo sự tự tin.

Lý thuyết chắc chắn là một cố gắng hình thức hóa tiếp cận heuristic vào suy luận với sự không chắc chắn

- Các chuyên gia đo sự tự tin trong các kết luận của họ và các bước suy luận bằng từ 'không có lẽ', 'gần như chắc chắn', 'có khả năng cao', 'có thể'. Đây không phải là xác suất mà là heuristic có từ kinh nghiệm.
- Các chuyên gia có thể đặt sự tự tin vào các mối quan hệ mà không phải có cảm giác là nó không đúng.

$MB(H | E)$  đo độ tin tưởng của giả thuyết H, cho trước E

$MD(H | E)$  đo độ không tin tưởng

$0 < MB(H | E) < 1$  trong khi  $MD(H | E) = 0$

$0 < MD(H | E) < 1$  trong khi  $MB(H | E) = 0$

$CF(H | E) = MB(H | E) - MD(H | E)$

# Đại số chắc chắn Stanford (1)

**CF(fact)  $\in [-1,1]$**  : dữ liệu đã cho, dữ liệu suy luận được, giả thuyết

- Một CF tiến về 1 cho thấy sự tin tưởng dữ kiện là đúng
- Một CF tiến về -1 cho thấy sự tin tưởng dữ kiện là không đúng
- Một CF xung quanh 0 cho thấy tồn tại rất ít bằng cứ cho việc ủng hộ hay chống lại dữ kiện. => một giới hạn được đưa ra nhằm tránh việc suy luận với thông tin không chắc chắn như vậy (vd: 0.2)

**CF(rule)  $\in [-1,1]$**  : thể hiện sự tin tưởng của các chuyên gia vào tin cậy của luật.

## ■ Kết hợp các CF

$$\text{CF} ( \text{A And B} ) = \text{Min}[\text{CF}(\text{A}), \text{CF}(\text{B})]$$

$$\text{CF} ( \text{A Or B} ) = \text{Max}[\text{CF}(\text{A}), \text{CF}(\text{B})]$$

Ví dụ: CF(bệnh nhân bị sốt) = 0.9

$$\text{CF}(\text{bệnh nhân bị hắt hơi}) = 0.6$$

$$\text{CF}(\text{bệnh nhân bị sốt And bệnh nhân bị hắt hơi}) = 0.6$$

$$\text{CF}(\text{bệnh nhân bị sốt Or bệnh nhân bị hắt hơi}) = 0.9$$

# Đại số chắc chắn Stanford (2)

- Truyền CF trên các luật:

$$CF(Q) = CF(\text{If P Then Q}) * CF(P)$$

Ví dụ:  $CF(\text{bệnh nhân bị sốt}) = 0.8$

---

$$CF(\text{If bệnh nhân bị sốt Then bệnh nhân bị cúm}) = 0.5$$

$$CF(\text{bệnh nhân bị cúm}) = 0.4$$

- Kết hợp nhiều CF từ nhiều luật

$$\text{If P Then Q} \rightarrow CF_1(Q)$$

$$\text{If R Then Q} \rightarrow CF_2(Q)$$

$$\begin{aligned} CF(Q) &= CF_1(Q) + CF_2(Q) - CF_1(Q) * CF_2(Q) \\ &= CF_1(Q) + CF_2(Q) + CF_1(Q) * CF_2(Q) \\ &= \frac{CF_1(Q) + CF_2(Q)}{1 - \text{Min} (|CF_1(Q)|, |CF_2(Q)|)} \end{aligned}$$

Khi  $CF_1$  &  $CF_2 > 0$

Khi  $CF_1$  &  $CF_2 < 0$

Ngoài ra

# Đại số chắc chắn Stanford (3)

Ví dụ:  $CF(\text{bệnh nhân bị sốt}) = 1$

$CF(\text{bệnh nhân bị hắc hơi}) = 0.8$

$CF(\text{If bệnh nhân bị hắc hơi Then bệnh nhân bị cúm}) = 0.5$

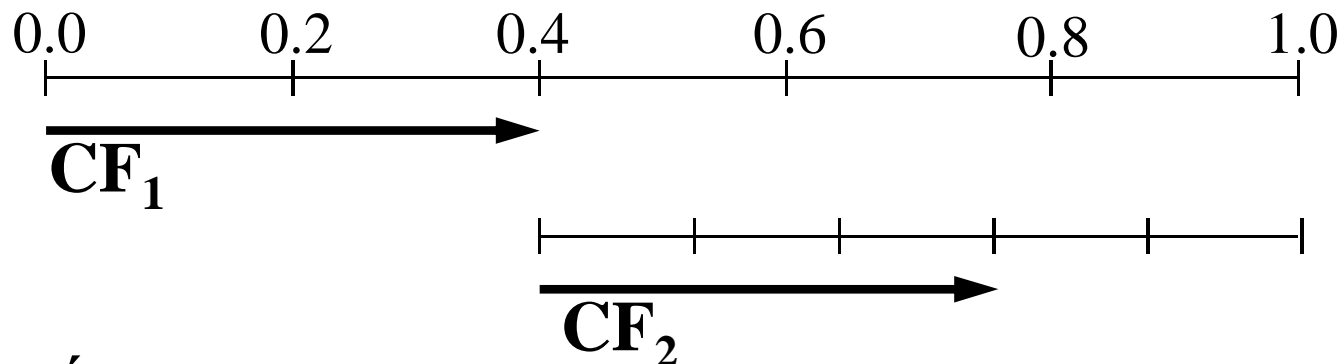
$CF(\text{If bệnh nhân bị sốt Then bệnh nhân bị cúm}) = 0.6$

---

$CF_1(\text{bệnh nhân bị cúm}) = 0.4$

$CF_2(\text{bệnh nhân bị cúm}) = 0.6$

$CF(\text{bệnh nhân bị cúm}) = 0.4 + 0.6 - 0.24 = 0.76$



Tính chất: kết quả CF phải nằm trong khoảng  $[-1, +1]$   
kết hợp các CF nghịch nhau sẽ xóa bớt lẫn nhau  
Phép đo CF kết hợp phải mang tính tuyến tính

---

# Mycin

- Mục đích: Giúp đỡ các bác sĩ trong việc chẩn đoán và điều trị các bệnh truyền nhiễm
  1. Nhận dạng các cơ quan bị nhiễm bệnh
  2. Chọn các loại thuốc không chế các cơ quan này
- Giao diện người dùng: Đối thoại với bác sĩ để thu thập dữ liệu
  1. Dữ liệu tổng quát về bệnh nhân
  2. Các kết quả xét nghiệm
  3. Các triệu chứng của bệnh nhân

**EMYCIN = MYCIN – Tri thức Y học  
= Sườn hệ chuyên gia (ES shell)**



# Biểu diễn tri thức của Mycin

- Dữ kiện:

Thông số	Ngữ cảnh	Giá trị	CF
Nhận ra	Cơ_quan_1	Klebsiella	.25
Nhạy cảm	Cơ_quan_1	Penicillin	-1.0

- Luật: Luật + diễn giải của luật

IF (a) the infection is primary-bacteria, and  
(b) the site of the culture is one of the sterile sites, and  
(c) the suspected portal of entry is gastrointestinal tract  
THEN there is suggestive evidence (.7) that infection is bacteroid

IF: (AND (same\_context infection primary\_bacteria)  
(membf\_context site sterilesite)  
(same\_context portal GI) )

THEN: (conclude context\_ident bacteroid tally .7)

# Suy luận của Mycin

- Ngữ cảnh: các đối tượng được thảo luận bởi Mycin
  - Các kiểu đối tượng khác nhau: bệnh nhân, thuốc, ...
  - Được tổ chức trong một cây
- Động cơ suy diễn: tiếp cận hướng từ mục tiêu hay suy diễn lùi
  - Tìm kiếm sâu gần như là vét cạn
  - Có thể suy luận với thông tin không chắc chắn
  - Có thể suy luận với dữ liệu không đầy đủ
- Các tiện ích giải thích: Mô-đun ‘hỏi-trả lời’ với các câu hỏi tại sao, như thế nào.

# Ví dụ Mycin

Chân của John đang bị đau (1.0). Khi tôi kiểm tra nó, thấy nó sưng tấy (0.6) and hơi đỏ (0.1). Tôi không có nhiệt kế nhưng tôi nghĩ anh ta có bị sốt (0.4). Tôi biết John là một vận động viên marathon, các khớp của anh ta thường xuyên làm việc quá tải (1.0). John có thể di chuyển chân của anh ấy.

Liệu chân của John bị gãy, quá mỏi, hay bị nhiễm trùng?

1. IF đau và sốt THEN bị nhiễm trùng 0.6
2. IF đau và sưng THEN bị chấn thương 0.8
3. IF quá tải THEN bị nhiễm trùng 0.5
4. IF bị chấn thương AND đỏ THEN bị gãy 0.8
5. IF bị chấn thương AND di chuyển được THEN quá mỏi 1.0

# Một luật heuristic của Mycin

**IF** tuổi bệnh nhân  $< 7$  **THEN** không nên cấp thuốc tetracycline

- Tri thức miễn:
  - Tetracycline làm đổi màu xương đang phát triển
  - trẻ em dưới 7 tuổi thì đang mọc răng
- Tri thức giải quyết vấn đề:
  - Trước khi kê một loại thuốc phải kiểm tra các chống chỉ định
  - Có hai loại chống chỉ định: liên quan đến bệnh và liên quan đến bệnh nhân.
- Tri thức về thể giới:
  - Hàm răng màu nâu thì không đẹp

Luật heuristic biên dịch tất cả những thông tin này và vì vậy hỗ trợ một phương pháp giải quyết vấn đề hiệu quả

# Điều khiển cài trong luật của Mycin

IF sự nhiễm trùng là bệnh viêm màng não

And sự nhiễm trùng là do vi khuẩn

And chỉ có chứng cứ gián tiếp

And tuổi của bệnh nhân > 16

And bệnh nhân là một người nghiện rượu

THEN chứng cứ cho viêm phổi song cầu khuẩn **0.7**

## ■ Tri thức miền:

- Các bệnh nhân bị nghiện rượu thì đáng nghi ngờ với vi khuẩn viêm phổi song cầu khuẩn

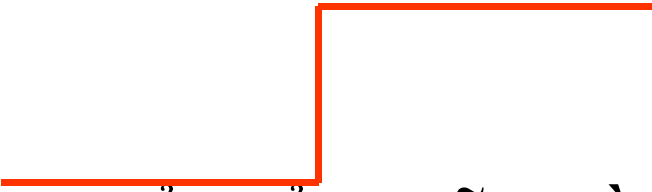
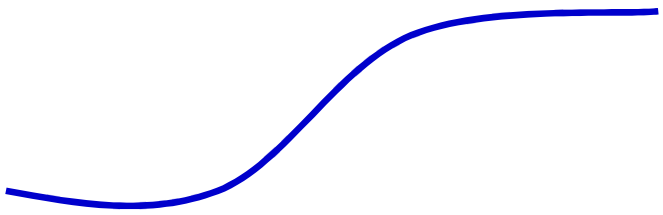
## ■ Tri thức giải quyết vấn đề

- Lọc sự chẩn đoán theo từng bước

## ■ Tri thức về thế giới

- Người nghiện rượu thì hiếm khi dưới 17 tuổi
- Câu hỏi gây sốc cho cha mẹ của các trẻ nhỏ.

# Logic Mờ (Fuzzy Logic)

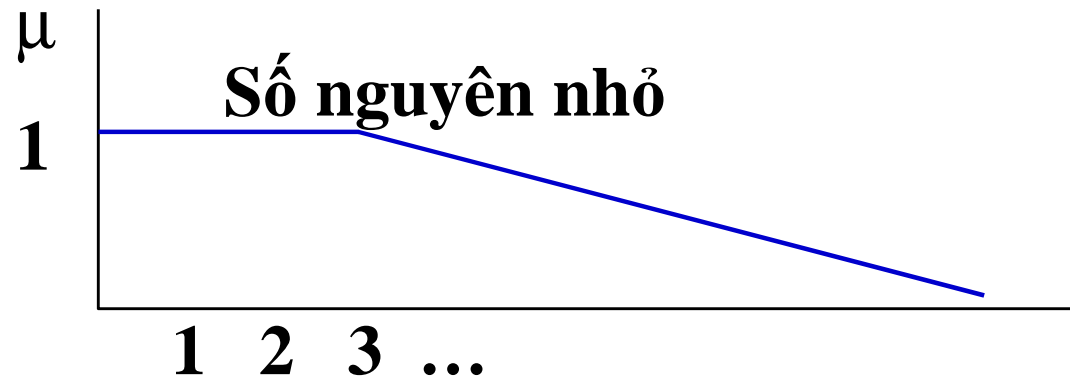
- Một số phần của thế giới là nhị phân:
  - Con mimi của tôi là một con mèo
- Một số phần thì không:
  - An thì khá cao, Bảo thì thuộc loại cao, tôi thì hơi cao, Trân thì không cao lắm
- Nhị phân có thể biểu diễn bằng một đồ thị:
- Logic mờ cũng có thể biểu diễn bằng đồ thị, nhưng là đồ thị liên tục:

# Tập Mờ

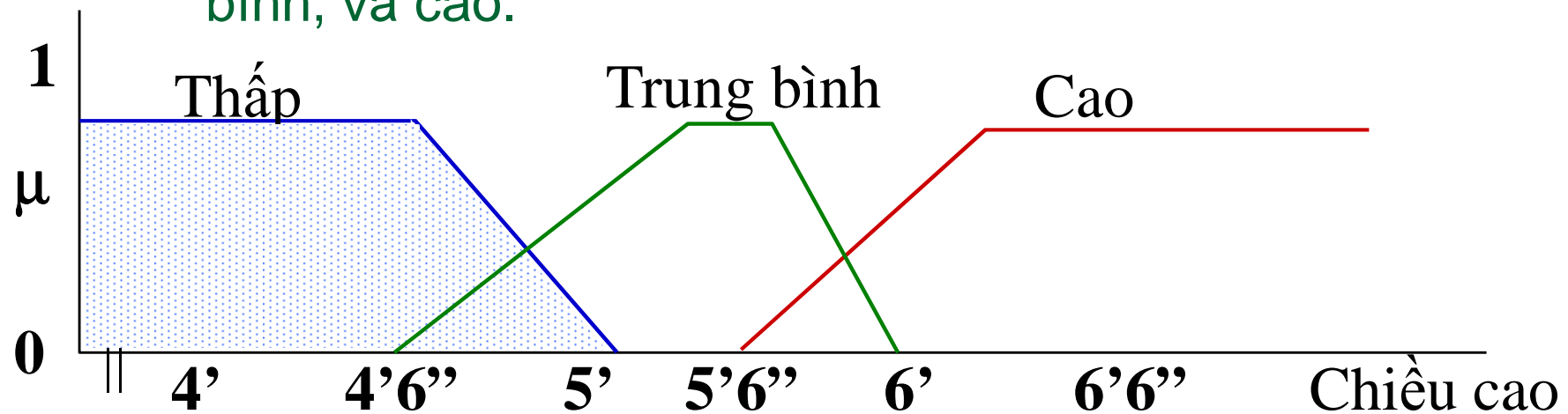
- Cho  $S$  là một tập hợp và  $x$  là một phần tử của tập hợp đó. Một tập con mờ  $F$  của  $S$  được định nghĩa bởi một *hàm tư cách thành viên*  $\mu_F(x)$  đo “mức độ” mà theo đó  $x$  thuộc về tập  $F$ . Trong đó,  $0 \leq \mu_F(x) \leq 1$ .
  - Khi  $\mu_F(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x \notin F$  hoàn toàn.
  - Khi  $\mu_F(x) = 1 \quad \Rightarrow \quad x \in F$  hoàn toàn.
- Nếu  $\forall x, \mu_F(x) = 0$  hoặc  $1$  thì  $F$  được xem là “giòn”
- Hàm thành viên  $\mu_F(x)$  thường được biểu diễn dưới dạng đồ thị.

# Ví dụ Tập Mờ

Ví dụ : S là tập hợp tất cả các số nguyên dương và F là tập con mờ của S được gọi là “số nguyên nhỏ”



Ví dụ: Một sự biểu diễn tập mờ cho các tập người đàn ông thấp, trung bình, và cao.





# Tính Chất của Tập Mờ

- *Hai tập mờ bằng nhau:*

$$A = B \text{ nếu } \forall x \in X, \quad \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

- *Tập con:  $A \subseteq B$  nếu  $\forall x \in X, \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$*

- *Một phần tử có thể thuộc về nhiều hơn một tập mờ.*

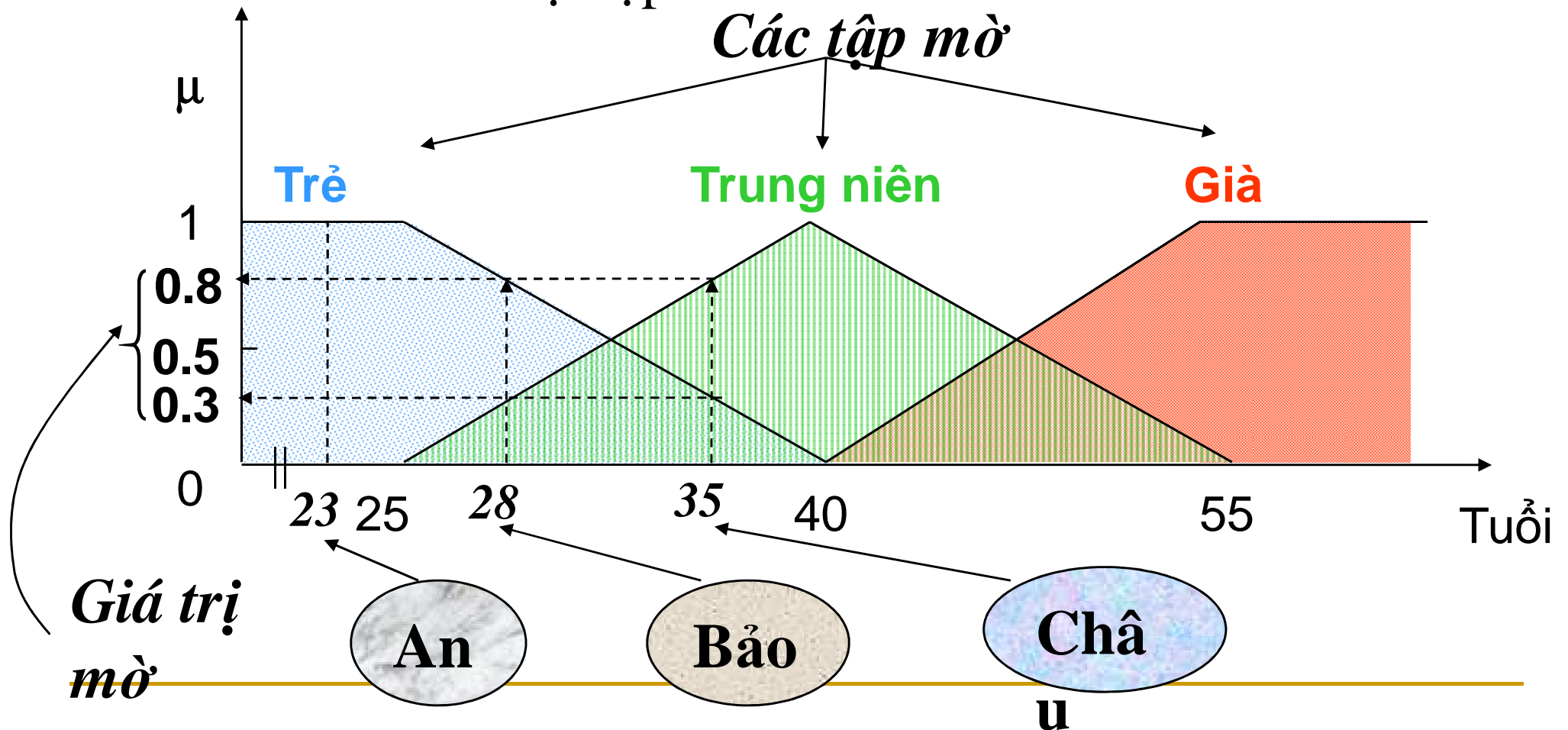
Ví dụ: một người đàn ông cao 5'10" thuộc về cả hai tập “trung bình” và “cao”.

- *Tổng các giá trị mờ của một phần tử khác 1:*

$$\mu_{\text{Thấp}}(x) + \mu_{\text{Trung bình}}(x) + \mu_{\text{Cao}}(x) \neq 1$$

# Mờ hóa (fuzzification)

- Từ hàm thành viên cho trước, ta có thể suy ra được mức độ một thành viên thuộc về một tập hợp, hay giá trị mờ của nó đối với một tập mờ.



# Hợp của hai tập mờ

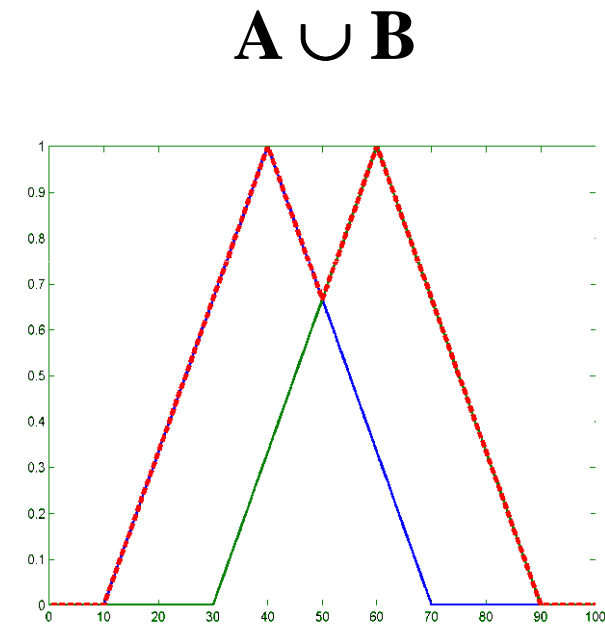
- **Khái niệm:** Hợp của hai tập mờ ( $A \cup B$ ) thể hiện mức độ một phần tử thuộc về một trong hai tập là bao nhiêu.
- **Công thức:**  $\mu_{A \vee B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- **Thí dụ:**

$$\mu_{\text{Tre}}(\text{An}) = 0.8$$

và  $\mu_{\text{Trung niên}}(\text{An}) = 0.3$

$$\Rightarrow \mu_{\text{Tre} \vee \text{Trung Niên}}(\text{An})$$

$$= \max(0.8, 0.3) = 0.8$$



# Giao của hai tập mờ

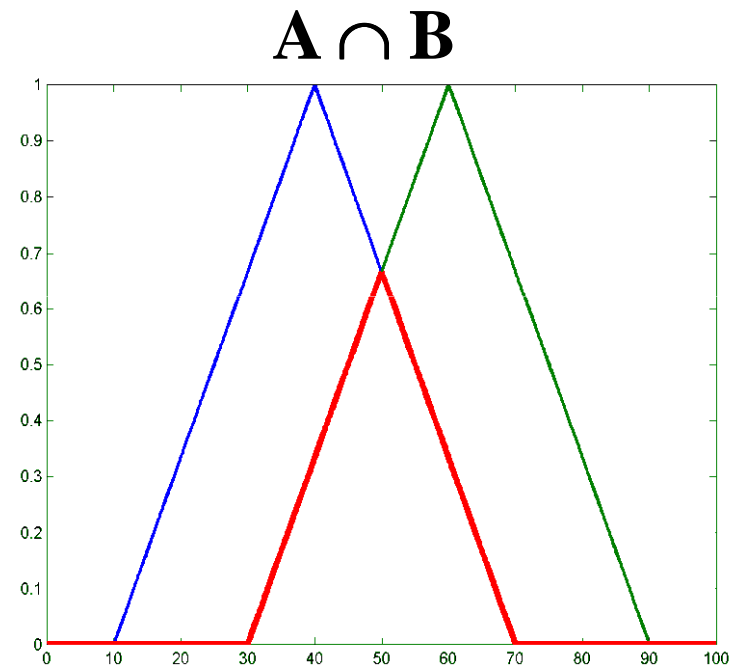
- **Khái niệm:** Giao của hai tập mờ ( $A \cap B$ ) thể hiện mức độ một phần tử thuộc về cả hai tập là bao nhiêu.
- **Công thức:**  $\mu_{A \wedge B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- **Thí dụ:**

$$\mu_{\text{Tre}}(\text{An}) = 0.8$$

và  $\mu_{\text{Trung niên}}(\text{An}) = 0.3$

$$\Rightarrow \mu_{\text{Tre} \wedge \text{Trung Niên}}(\text{An})$$

$$= \min(0.8, 0.3) = 0.3$$



# Bù của một tập mờ

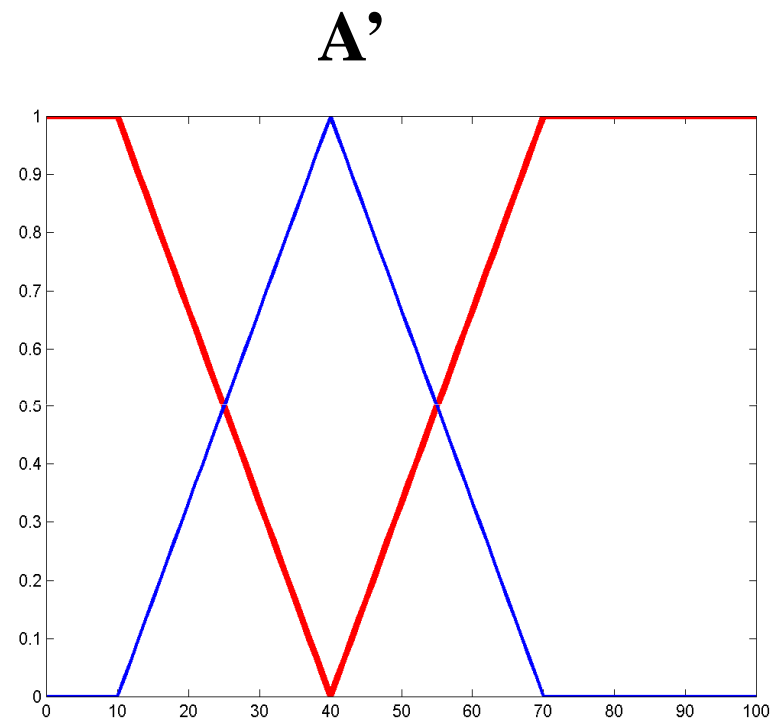
- Khái niệm: Bù của một tập mờ thể hiện mức độ một phần tử không thuộc về tập đó là bao nhiêu.

- Công thức:  $\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$

- Thí dụ:

$$\mu_{\text{Trẻ}}(An) = 0.8$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \mu_{\neg \text{Trẻ}}(An) \\ = 1 - 0.8 = 0.2 \end{aligned}$$



# Luật mờ

- Một luật mờ là một biểu thức if - then được phát biểu ở dạng ngôn ngữ tự nhiên thể hiện sự phụ thuộc nhân quả giữa các biến.

- Thí dụ:

if *nhiệt độ* là *lạnh*  
và *giá dầu* là *rẻ*  
then *sưởi ấm* *nhiều*.

Hoặc:

if một người có *chiều cao* là *cao* và *cơ bắp* là *lực lượng* then *chơi bóng rổ* *hay*.

**Biến**

**Giá trị của biến  
(hay tập mờ)**

# Nhận xét

- Logic mờ không tuân theo các luật về tính bù của logic truyền thống:

$$\mu_{\neg A \vee A(x)} \equiv 1 \text{ và } \mu_{\neg A \wedge A(x)} \equiv 0$$

- Thí dụ:

$$\mu_{\neg A \vee A(x)} = \max(0.8, 0.2) = 0.8$$

$$\mu_{\neg A \wedge A(x)} = \min(0.8, 0.2) = 0.2$$

# Thủ tục ra quyết định mờ (fuzzy decision making procedure)

**Mờ hóa  
(fuzzification)**

Chuyển các giá trị của dữ liệu thực tế về dạng mờ

**Suy luận mờ (fuzzy reasoning)**

Thực hiện tất cả các luật khả thi, các kết quả sẽ được kết hợp lại

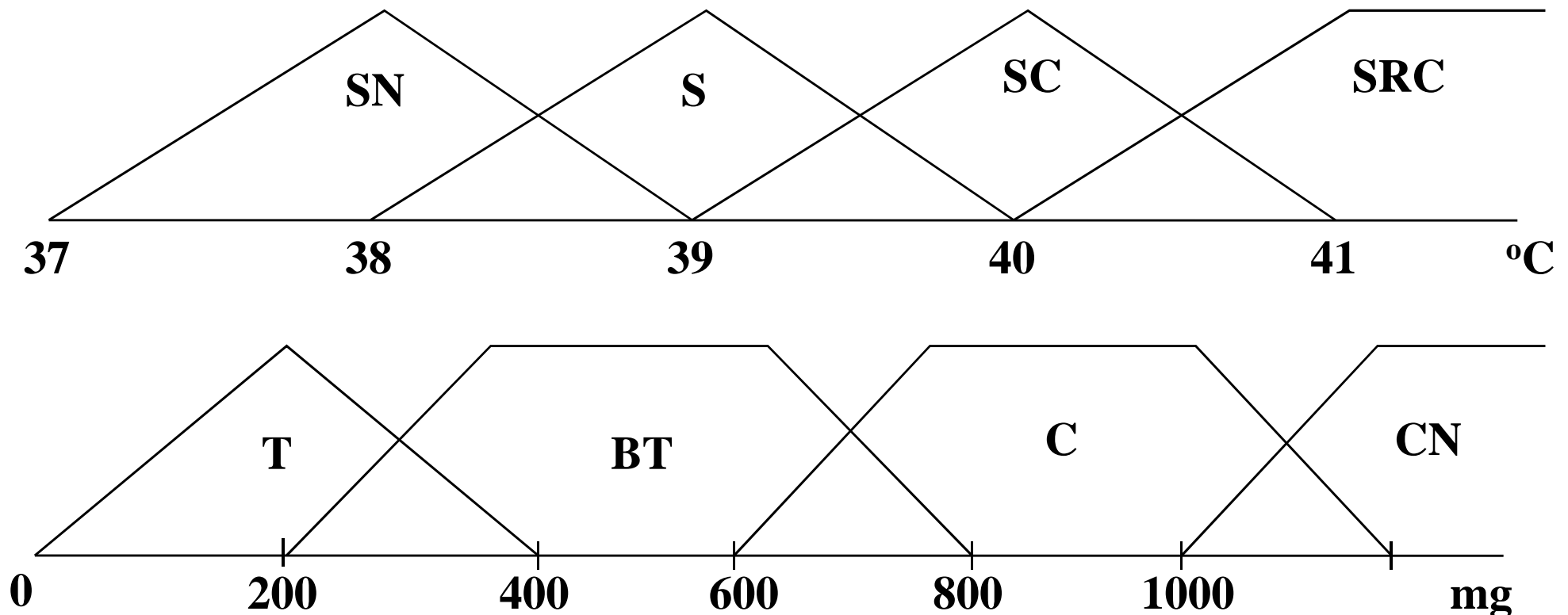
**Khử tính mờ  
(defuzzification)**

Chuyển kết quả ở dạng mờ về dạng dữ liệu thực tế



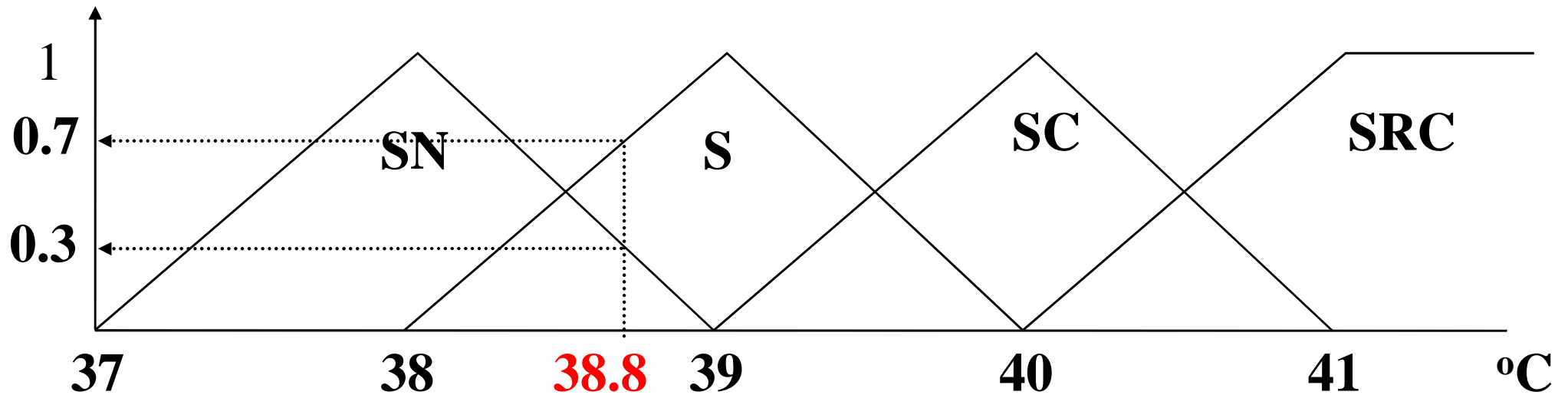
# Hệ thống mờ dùng trong điều trị bệnh

- IF sốt **nhẹ** THEN liều lượng asperine **thấp**
- IF sốt THEN liều lượng asperine  **bình thường**
- IF sốt **cao** THEN liều lượng asperine **cao**
- IF sốt **rất cao** THEN liều lượng asperine **cao nhất**



Ví dụ: Một bệnh nhân sốt ở 38.7 độ. Hãy xác định liều lượng asperince cần thiết để cấp cho bệnh nhân

- **Bước 1:** Mờ hóa giá trị  $x = 38.8$  đã cho ta thấy 38.8 thuộc về các tập mờ như sau:



$$\mu_{\text{Sốt nhẹ}}(x) = 0.3$$

$$\mu_{\text{Sốt}}(x) = 0.7$$

$$\mu_{\text{Sốt cao}}(x) = 0$$

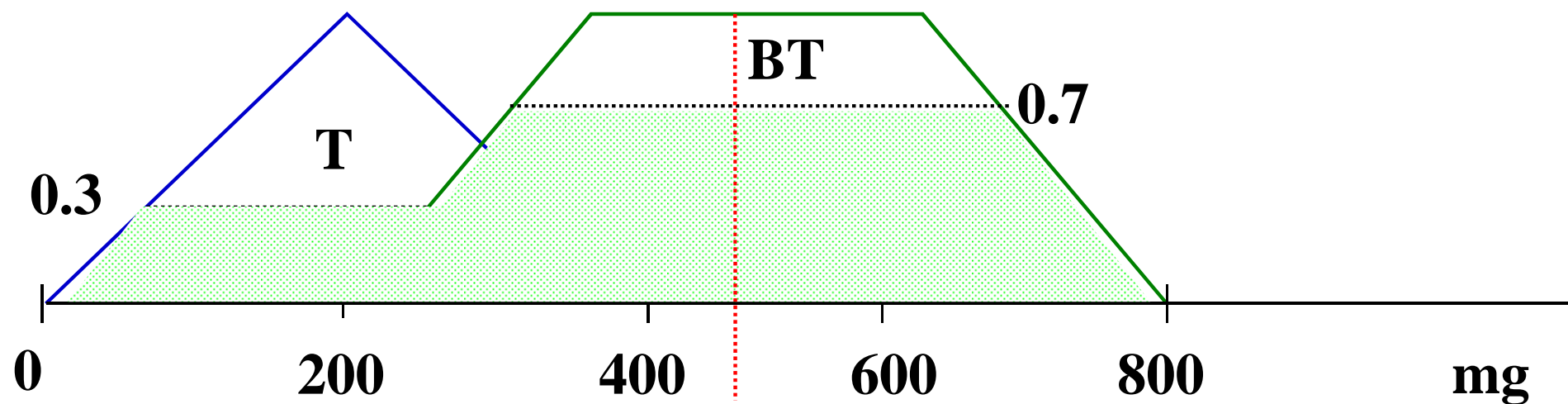
$$\mu_{\text{Sốt rất cao}}(x) = 0$$

## Ví dụ (tt.)

- **Bước 2:** Ta thấy có 2 luật 1 và 2 có thể áp dụng cho ra hai liều lượng aspirine:

$$\mu_{\text{Thấp}}(x) = 0.3 \quad \mu_{\text{Bình thường}}(x) = 0.7$$

- Kết hợp các giá trị mờ này lại ta được vùng được tô màu sau đây:



## Ví dụ (tt.)

- **Bước 3:** Phi mờ hóa kết quả bằng cách tính trọng tâm của diện tích được tô trong hình trên:
  - Chiều xuống trục hoành ta được giá trị  $\pm 480\text{mg}$
- **Kết luận:** liều lượng aspirine cần cấp cho bệnh nhân là 480mg.