BÀI 5
PHÉP NHÂN MA TRẬN VÀ MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

ThS. Vũ Quỳnh Anh
Trường Đại học Kinh tế quốc dân

TÌNH HUỐNG KHỞI ĐỘNG: Tính doanh thu của một cửa hàng

Một cửa hàng gạo chuyên kinh doanh ba mặt hàng: gạo Bắc Hương, gạo Tám Điện Biên và gạo Tám Thái Lan với giá tương ứng là 18.000 đồng/1kg; 20.000 đồng/1kg và 19.000 đồng/1kg.

Trong 3 tháng đầu năm, cửa hàng bán được số lượng cụ thể như sau:

Đơn vị: kg

Tháng			
Loại gạo	1	2	3
Bắc Hương	345	340	350
Tám Điện Biên	315	330	370
Tám Thái Lan	430	425	425

Hãy sử dụng ma trận, tính doanh thu của cửa hàng trong từng tháng.

MỤC TIÊU

- Sinh viên nắm được cách nhân hai ma trận, các tính chất của phép nhân.
- Nắm được định nghĩa và các tính chất của ma trận phụ hợp, nghịch đảo.
- Tính được ma trận phụ hợp, ma trận nghịch đảo của một ma trận vuông.
- Biết sử dụng ma trận nghịch đảo trong việc giải phương trình ma trận.

NỘI DUNG

1. Phép nhân ma trận với ma trận
2. Ma trận nghịch đảo
3. Ứng dụng của ma trận nghịch đảo

1. PHÉP NHÂN MA TRẬN VỚI MA TRẬN

1.1. Định nghĩa phép nhân hai ma trận

1.2. Các tính chất cơ bản của phép nhân hai ma trận

1.1. ĐỊNH NGHĨA PHÉP NHÂN HAI MA TRẬN

Cho ma trận A cấp $m \times n$ và B cấp $n \times p$.

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \qquad B = (b_{jk})_{n \times p}$$

Tích của A với B là một ma trận cấp $m \times p$ ký hiệu: $AB = (c_{ik})_{m \times p}$

được xác định như sau:

$$c_{ik} = A_i^d . B_k^c = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}) . \begin{bmatrix} b_{1k} \\ b_{2k} \\ \ldots \\ b_{nk} \end{bmatrix} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k} + \ldots + a_{in}b_{nk}$$

VÍ DỤ 1

Cho 2 ma trận:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Tính AB.

Giải:

$$\underset{2\times 3}{A}\ \underset{3\times 3}{B} = (c_{ik})_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$$

VÍ DỤ 1

$$c_{11} = A_1^d B_1^c = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = -2 - 12 - 4 = -18 \qquad c_{21} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = -8 - 0 - 6 = -14$$

$$c_{12} = A_1^d B_2^c = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 3 + 0 + 6 = 9 \qquad c_{22} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 12 + 0 + 9 = 21$$

$$c_{13} = A_1^d B_3^c = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 + 9 - 8 = 2 \qquad c_{23} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 4 + 0 - 12 = -8$$

$$AB = \begin{pmatrix} -18 & 9 & 2 \\ -14 & 21 & -8 \end{pmatrix}$$

VÍ DỤ 2

Cho 2 ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

Tính BA'

Giải:

$$BA' = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2+9-2 & -8+0-3 \\ -4+0-6 & -16+0-9 \\ 2-9-8 & 8-0-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -11 \\ -10 & -25 \\ -15 & -4 \end{pmatrix}$$

CHÚ Ý

1. Tồn tại tích AB khi và chỉ khi số cột của A bằng số dòng của B.
2. Tồn tại cả hai tích AB và BA khi A có cấp $m \times n$ thì B phải có cấp $n \times m$.
3. Phép nhân ma trận không có tính chất giao hoán, nói chung $AB \neq BA$.
4. A nhân được với A khi A là ma trận vuông.

1.2. CÁC TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP NHÂN HAI MA TRẬN

1. Tính chất kết hợp: $(AB)C = A(BC)$
2. Tính chất phân phối đối với phép cộng:

$$A(B + C) = AB + AC, (B + C)D = BD + CD$$

3. Với A, B là hai ma trận sao cho tích AB có nghĩa và α là một số bất kỳ ta luôn có:

$$\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B).$$

4. Mọi ma trận đều không thay đổi khi nhân với ma trận đơn vị E (nếu phép nhân có ý nghĩa):

$$AE = A, EB = B$$

5. $(AB)' = B'A'$.
6. A và B là các ma trận vuông cùng cấp. Khi đó: $|AB| = |A|.|B|$

2. MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

2.1. Khái niệm ma trận nghịch đảo

2.2. Ma trận phụ hợp của ma trận vuông

2.3. Điều kiện tồn tại và công thức tìm ma trận nghịch đảo

2.4. Các tính chất cơ bản của ma trận nghịch đảo

2.1. KHÁI NIỆM MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

- **Định nghĩa:** Ma trận nghịch đảo của một ma trận vuông A là một ma trận vuông X (cùng cấp với A) thỏa mãn điều kiện:

$$AX = XA = E$$

- **Ký hiệu:** Ma trận nghịch đảo của A là A^{-1}

Chú ý:

- Khái niệm ma trận nghịch đảo chỉ áp dụng cho ma trận vuông.
- Ma trận nghịch đảo của A (nếu có) là duy nhất.

2.2. MA TRẬN PHỤ HỢP CỦA MA TRẬN VUÔNG

- **Định nghĩa:** Cho ma trận A vuông cấp n: $A = (a_{ij})_{n\times n}$
- **Ký hiệu:**

$$A^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ là phần bù đại số của a_{ij}

A* gọi là MA TRẬN PHỤ HỢP của ma trận A.

VÍ DỤ

Tính ma trận phụ hợp của ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Giải:

$A_{11} = (-1)^2 \times 3 = 3$ $\quad$ $A_{21} = (-1)^3 \times 5 = -5$

$A_{12} = (-1)^3 \times 1 = -1$ $\quad$ $A_{22} = (-1)^4 \times 2 = 2$

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

VÍ DỤ

Tính ma trận phụ hợp $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

Cột 1
$$\begin{cases} A_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-6-2) = -8 \\ A_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -(-4-3) = 7 \\ A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (4-9) = -5 \end{cases}$$

Cột 2
$$\begin{cases} A_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -(-4+6) = -2 \\ A_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (-2+9) = 7 \\ A_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -(2-6) = 4 \end{cases}$$

VÍ DỤ

$$\text{Cột 3}\begin{cases} A_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (2+9) = 11 \\ A_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(1+6) = -7 \\ A_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (3-4) = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -2 & 11 \\ 7 & 7 & -7 \\ -5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

BÀI TẬP

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

Tính: det(A), A.A*, A*.A

Giải:

det(A) = 21

$$AA^* = \begin{pmatrix} 21 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix} \qquad A^*A = \begin{pmatrix} 21 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix}$$

2.2. MA TRẬN PHỤ HỢP CỦA MA TRẬN VUÔNG (tiếp theo)

Tính chất:

$$AA^* = A^*A = dE = \begin{bmatrix} d & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & d \end{bmatrix} \qquad (d = |A|)$$

2.3. ĐIỀU KIỆN TỒN TẠI VÀ CÔNG THỨC TÌM MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

- **Định lý:** Điều kiện cần và đủ để một ma trận vuông A có ma trận nghịch đảo là

$$d = |A| \neq 0$$

Khi đó: $A^{-1} = \frac{1}{d} \cdot A^*$

- **Định nghĩa:** Ma trận vuông có định thức khác 0 được gọi là **ma trận không suy biến**. Ma trận có ma trận nghịch đảo còn được gọi là **ma trận khả nghịch hay ma trận khả đảo.**

VÍ DỤ 1

Tìm điều kiện của m để ma trận sau có nghịch đảo: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 2m \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

Giải:

Ma trận A có ma trận nghịch đảo ↔ d = |A| ≠ 0

$$d = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 2m \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} = (45-8)-(-12m-6) = 37+12m+6 = 43+12m$$

$$d \neq 0 \Leftrightarrow 43+12m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{43}{12}$$

Vậy với $m \neq -\frac{43}{12}$ thì A có ma trận nghịch đảo.

VÍ DỤ 2

Tính ma trận nghịch đảo của ma trận: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

Giải:

- Tính $d = |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (-6+6-12)-(-27+2-8) = -12+33 = 21 \neq 0$

  suy ra tồn tại ma trận nghịch đảo của A.
- Tính A* (Xem ví dụ trước).

$$A^* = \begin{pmatrix} -8 & -2 & 11 \\ 7 & 7 & -7 \\ -5 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{d}A^* = \frac{1}{21}\begin{pmatrix} -8 & -2 & 11 \\ 7 & 7 & -7 \\ -5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

VÍ DỤ 3

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 & 5 \\ 3 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Tìm phần tử nằm ở dòng 1, cột 4 của ma trận A^{-1}.

$$d = |A| = 41 \neq 0 \qquad A^{-1} = \frac{1}{d}A^* = \frac{1}{d}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & A_{41} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & A_{42} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{43} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & A_{44} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A_{14}^{-1} = \frac{1}{d}A_{41}$$

$$A_{41} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 9 \qquad \Rightarrow A_{14}^{-1} = \frac{9}{41}$$

VÍ DỤ 4

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & m & 2 \end{pmatrix}$

Tìm m để ma trận A khả nghịch. Khi đó, hãy tìm phần tử nằm ở dòng 4 cột 2 của ma trận nghịch đảo của ma trận A.

Giải:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & m & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -7 & 0 & -14 & 6 \\ 7 & 0 & 7 & -5 \\ -7 & 0 & m-9 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -7 & -14 & 6 \\ 7 & 7 & -5 \\ -7 & m-9 & 5 \end{vmatrix} = 14 - 7m$$

Ma trận A khả nghịch khi và chỉ khi $|A| = 14 - 7m \neq 0 \leftrightarrow m \neq 2$

VÍ DỤ 4

Phần tử trên dòng 4 cột 2 của ma trận nghịch đảo của ma trận A là:

$$A_{42}^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A_{24} = \frac{1}{14 - 7m} \cdot (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & m \end{vmatrix} = 1$$

2.4. CÁC TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

- Tính chất 1: Nếu ma trận A có nghịch đảo thì

$$(A^{-1})^{-1} = A \text{ và } |A^{-1}| = |A|^{-1}$$

- Tính chất 2: Nếu hai ma trận vuông cùng cấp A, B đều có ma trận nghịch đảo thì:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

3. ỨNG DỤNG CỦA MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

Giải phương trình ma trận: AX = B

- Trong đó A, B là hai ma trận cho trước, A vuông không suy biến.
- Khi đó ma trận phải tìm X được tính theo công thức:

$$X = A^{-1}B$$

- Tương tự, khi A là ma trận vuông không suy biến thì phương trình ma trận YA = B có nghiệm duy nhất:

$$Y = B\,A^{-1}$$

VÍ DỤ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Giải các phương trình ma trận AX = B và YA = B

Giải: Giải phương trình ma trận AX = B

- Ta có: $|A| = 38$ $\quad A^* = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 11 \\ 7 & 8 & 3 \\ -2 & 14 & 10 \end{pmatrix}$ $\quad A^{-1} = \frac{1}{38}\begin{pmatrix} 13 & 4 & 11 \\ 7 & 8 & 3 \\ -2 & 14 & 10 \end{pmatrix}$

- Phương trình có nghiệm duy nhất là:

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{38}\begin{pmatrix} 13 & 4 & 11 \\ 7 & 8 & 3 \\ -2 & 14 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{38}\begin{pmatrix} 58 & 27 & 33 \\ 40 & 35 & 9 \\ 32 & 104 & -46 \end{pmatrix}$$

VÍ DỤ (tiếp theo)

Giải phương trình ma trận YA = B → Y = B.A^{-1}

Phương trình có nghiệm duy nhất là:

$$Y = B.A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{38} \begin{pmatrix} 13 & 4 & 11 \\ 7 & 8 & 3 \\ -2 & 14 & 10 \end{pmatrix} = \frac{1}{38} \begin{pmatrix} 17 & 52 & 67 \\ 65 & 20 & 17 \\ 36 & 14 & 10 \end{pmatrix}$$

CHÚ Ý

Giải phương trình AX = B mà A là ma trận vuông suy biến hoặc A là ma trận hình chữ nhật:

- Từ cấp của A, B suy ra cấp của X. Giả sử X = (x_{ij}).
- Nhân AX. Cho AX = B suy ra một hệ phương trình tuyến tính.
- Giải hệ phương trình đó và suy ra kết luận.

GIẢI QUYẾT TÌNH HUỐNG

- Lập ma trận A là ma trận giá 3 mặt hàng theo dòng B là số lượng mặt hàng trong 3 tháng C là ma trận doanh thu từng tháng.
- Ta có:

$$A = \begin{pmatrix} 18 & 20 & 19 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 345 & 340 & 350 \\ 315 & 330 & 370 \\ 430 & 425 & 425 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow C = AB = \begin{pmatrix} 20680 & 20795 & 21775 \end{pmatrix}$$

- Vậy doanh thu trong 3 tháng của cửa hàng là:
  - Tháng 1: 20.680.000 đồng
  - Tháng 2: 20.795.000 đồng
  - Tháng 3: 21.775.000 đồng

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 1

Cho ma trận: $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -4 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

Các phần tử trên dòng 1 của ma trận AB là:

A. (7, –5, 1)

B. (7, 5, –1)

C. (–7, 5, –1)

D. (–7, –5, 1)

Trả lời:

- Đáp án đúng là: A. (7, –5, 1)
- Giải thích: Các phần tử trên dòng 1 của ma trận C=A.B là:
  - $C_{11} = A^d_1 . B^c_1 = 7$
  - $C_{12} = A^d_1 . B^c_2 = -5$
  - $C_{13} = A^d_1 . B^c_3 = 1$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 2

Cho ma trận: $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Phần tử nằm trên dòng 2 cột 1 của ma trận nghịch đảo của ma trận A là:

A. 1/3

B. –1/3

C. –2/3

D. 2/3

Trả lời:

- Đáp án đúng là: C. –2/3
- Giải thích: Phần tử trên dòng 2 cột 1 của ma trận nghịch đảo của A có giá trị bằng $\frac{1}{d}A_{12}$

  $d = -12$, $A_{12} = 8$

BÀI TẬP

Cho hai ma trận: $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -3 & -3 & 5 \\ -1 & m & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Tính các phần tử trên cột 2 của ma trận AB.

Giải: Đặt C = AB. Các phần tử trên cột 2 của AB là C_{12}, C_{22}, C_{32}

$C_{12} = A^d_1.B^c_2 = -3 + 6 - 6 - 3m = -3 - 3m$

$C_{22} = A^d_2.\ B^c_2 = 2 - 4 + 9 + m = 7 + m$

$C_{32} = A^d_3.\ B^c_2 = 1 + 4 - 15 - 5m = -10 - 5m$

$$\rightarrow C^c_2 = \begin{pmatrix} -3-3m \\ 7+m \\ -10-5m \end{pmatrix}$$

TÓM LƯỢC CUỐI BÀI

- Tích của ma trận A và ma trận B là một ma trận cấp $m \times p$, ký hiệu là $AB = (c_{ij})_{m \times p}$ được xác định như sau:

  $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{in}b_{nj}$
- Tồn tại tích AB khi và chỉ khi số cột của ma trận đứng trước (ma trận A) bằng số dòng của ma trận đứng sau (ma trận B);
- Ma trận AB có số dòng bằng số dòng của ma trận A và số cột bằng số cột của ma trận B;
- Ma trận nghịch đảo của một ma trận vuông A là một ma trận vuông X (cùng cấp với A) thỏa mãn điều kiện:

  $$AX = XA = E.$$
- Ký hiệu A^{-1} để chỉ ma trận nghịch đảo của ma trận A.

TÓM LƯỢC CUỐI BÀI

- Ma trận phụ hợp của ma trận A: $A^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$

- Điều kiện cần và đủ để một ma trận vuông A có ma trận nghịch đảo là: d = |A| ≠ 0. Khi đó ma trận nghịch đảo của ma trận A được xác định theo công thức:

$$A^{-1} = \frac{1}{d} A^*$$

- Phương trình ma trận AX = B trong trường hợp ma trận A vuông và có ma trận nghịch đảo có nghiệm duy nhất tính theo công thức: $X = A^{-1}B$.
- Phương trình ma trận YA = B trong trường hợp ma trận A vuông và có ma trận nghịch đảo có nghiệm duy nhất tính theo công thức: $Y = BA^{-1}$.