TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHẠM VĂN ĐỒNG
KHOA KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ

BÀI GIẢNG
HỆ THỐNG
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bậc Cao Đẳng
(Bộ Lao động-Thương binh và Xã hội)

GV: Nguyễn Đình Hoàng
Bộ môn: Điện - Điện tử
Khoa: Kỹ thuật Công nghệ

Quảng Ngãi, năm 2018

TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHẠM VĂN ĐỒNG
KHOA KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ

BÀI GIẢNG
HỆ THỐNG
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bậc học: CAO ĐẲNG
SỐ TÍN CHỈ: 2

GV: Nguyễn Đình Hoàng
Bộ môn: Điện - Điện tử
Khoa: Kỹ thuật Công nghệ

Quảng Ngãi, năm 2018

Lời nói đầu

Nhằm đáp ứng cho việc giảng dạy môn Lý thuyết Điều khiển tự động bậc Cao Đẳng, tác giả đã biên soạn bài giảng này nhằm làm tài liệu học tập cho các lớp chuyên ngành Kỹ thuật Điện- Điện tử tại Đại học Phạm Văn Đồng. Tài liệu này được sử dụng cho sinh viên các lớp Cao đẳng với thời lượng 30 tiết (2TC). Tác giả hy vọng rằng đây sẽ là tài liệu thiết thực cho các bạn sinh viên.

Trong quá trình biên soạn, chắc chắn tài liệu không tránh khỏi có những sai sót.

Mọi góp ý xin gửi về địa chỉ Nguyễn Đình Hoàng - Khoa Kỹ Thuật Công Nghệ - Trường Đai học Phạm Văn Đồng. Xin chân thành cảm ơn.

Tác giả

MỤC LỤC

	Trang
Chương 1: Mô tả toán học hệ thống điều khiển tự động liên tục	1
1.1 Khái niệm	1
1.2 Các phương pháp mô tả toán học HTĐKTĐ	6
1.3 Các qui tắc biến đổi sơ đồ khối	12
Chương 2: Đặc tính động học của các khâu cơ bản và của hệ thống đktđ liên tục	19
2.1 Khái niệm	19
2.2 Đặc tính thời gian	19
2.3 Đặc tính tần số	21
2.4 Các khâu động học cơ bản	25
Chương 3: Khảo sát tính ổn định của hệ thống đktđ liên tục	39
3.1 Khái niệm chung	39
3.2 Tiêu chuẩn ổn định đại số	44
Chương 4: Khảo sát chất lượng hệ thống đktđ liên tục	49
4.1 Chỉ tiêu chất lượng	49
4.2 Sai số xác lập	50
4.3 Đáp ứng quá độ	53
4.4 Các tiêu chuẩn tối ưu hóa đáp ứng quá độ	58
Chương 5: Tổng hợp hệ thống đktđ liên tục	62
5.1 Khái niệm	62
5.2 Các phương pháp hiệu chỉnh hệ thống	63
5.3 Thiết kế hệ thống PID	64
Phụ lục	71
Tài liệu tham khảo	72

CHƯƠNG 1: MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

1.1 Khái niệm.

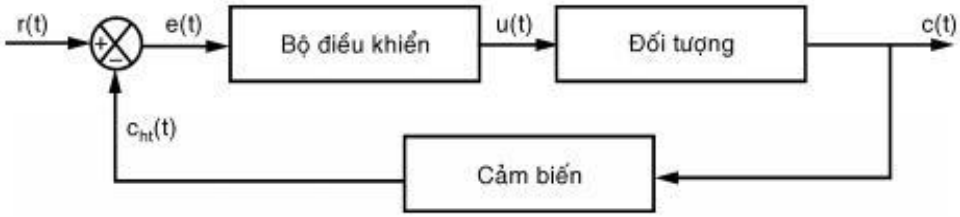
1.1.1 Giới thiệu chung về hệ thống điều khiển tự động.

Một câu hỏi khá phổ biến với những người mới làm quen với lý thuyết điều khiển là "Điều khiển là gì?". Để có khái niệm về điều khiển chúng ta xét ví dụ sau. Giả sử chúng ta đang lái xe trên đường, chúng ta muốn xe chạy với tốc độ cố định 40km/h. Để đạt được điều này mắt chúng ta phải quan sát đồng hồ đo tốc độ để biết được tốc độ của xe đang chạy. Nếu tốc độ xe dưới 40km/h thì ta tăng ga, nếu tốc độ xe trên 40km/h thì ta giảm ga. Kết quả của quá trình trên là xe sẽ chạy với tốc độ "gần" bằng tốc độ mong muốn. Quá trình lái xe như vậy chính là quá trình điều khiển. Trong quá trình điều khiển chúng ta cần thu thập thông tin về đối tượng cần điều khiển (quan sát đồng hồ đo tốc độ để thu thập thông tin về tốc độ xe), tùy theo thông tin thu thập được và mục đích điều khiển mà chúng ta có cách xử lý thích hợp (quyết định tăng hay giảm ga), cuối cùng ta phải tác động vào đối tượng (tác động vào tay ga) để hoạt động của đối tượng theo đúng yêu cầu mong muốn.

Điều khiển là quá trình thu thập thông tin, xử lý thông tin và tác động lên hệ thống để đáp ứng của hệ thống "gần" với mục đích định trước. Điều khiển tự động là quá trình điều khiển không cần sự tác động của con người.

Trong những năm gần đây, các hệ thống điều khiển (HTĐK) càng có vai trò quan trọng trong việc phát triển và sự tiến bộ của kỹ thuật công nghệ và văn minh hiện đại. Thực tế mỗi khía cạnh của hoạt động hằng ngày đều bị chi phối bởi một vài loại hệ thống điều khiển. Dễ dàng tìm thấy hệ thống điều khiển máy công cụ, kỹ thuật không gian và hệ thống vũ khí, điều khiển máy tính, các hệ thống giao thông, hệ thống năng lượng, robot,...

1.1.2 Các thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển



Hình 1.1 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển

Chú thích các ký hiệu viết tắt:

- r(t) (reference input): tín hiệu vào, tín hiệu chuẩn

- c(t) (controlled output): tín hiệu ra
- c_{ht}(t): tín hiệu hồi tiếp
- e(t) (error): sai số
- u(t) : tín hiệu điều khiển.

Để thực hiện được quá trình điều khiển như định nghĩa ở trên, một hệ thống điều khiển bắt buộc gồm có ba thành phần cơ bản là thiết bị đo lường (cảm biến), bộ điều khiển và đối tượng điều khiển. Thiết bị đo lường có chức năng thu thập thông tin, bộ điều khiển thực hiện chức năng xử lý thông tin, ra quyết định điều khiển và đối tượng điều khiển chịu sự tác động của tín hiệu điều khiển. Hệ thống điều khiển trong thực tế rất đa dạng, sơ đồ khối ở hình 1.1 là cấu hình của hệ thống điều khiển thường gặp nhất.

1.1.3 Các bài toán cơ bản trong lĩnh vực điều khiển tự động

Trong lĩnh vực điều khiển tự động có rất nhiều bài toán cần giải quyết, tuy nhiên các bài toán điều khiển trong thực tế có thể quy vào ba bài toán cơ bản sau:

Phân tích hệ thống: Cho hệ thống tự động đã biết cấu trúc và thông số. Bài toán đặt ra là trên cơ sở những thông tin đã biết tìm đáp ứng của hệ thống và đánh giá chất lượng của hệ. Bài toán này luôn giải được.

Thiết kế hệ thống: Biết cấu trúc và thông số của đối tượng điều khiển. Bài toán đặt ra là thiết kế bộ điều khiển để được hệ thống thỏa mãn các yêu cầu về chất lượng. Bài toán nói chung là giải được.

Nhận dạng hệ thống: Chưa biết cấu trúc và thông số của hệ thống. Vấn đề đặt ra là xác định cấu trúc và thông số của hệ thống. Bài toán này không phải lúc nào cũng giải được.

a. Các nguyên tắc điều khiển

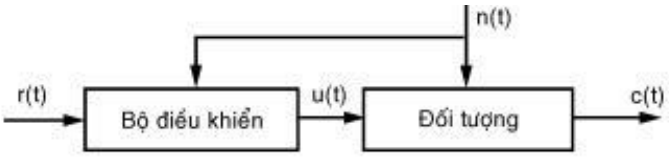
Các nguyên tắc điều khiển có thể xem là kim chỉ nam để thiết kế hệ thống điều khiển đạt chất lượng cao và có hiệu quả kinh tế nhất.

Nguyên tắc 1: Nguyên tắc thông tin phản hồi Muốn quá trình điều khiển đạt chất lượng cao, trong hệ thống phải tồn tại hai dòng thông tin: một từ bộ điều khiển đến đối tượng và một từ đối tượng ngược về bộ điều khiển (dòng thông tin ngược gọi là hồi tiếp). Điều khiển không hồi tiếp (điều khiển vòng hở) không thể đạt chất lượng cao, nhất là khi có nhiễu.

Các sơ đồ điều khiển dựa trên nguyên tắc thông tin phản hồi là:

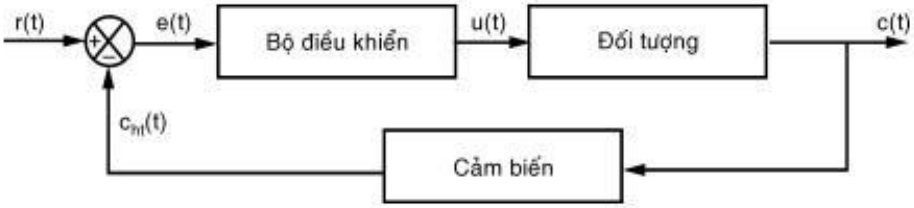
Điều khiển bù nhiễu (hình 1.2): là sơ đồ điều khiển theo nguyên tắc bù nhiễu để đạt đầu

ra c(t) mong muốn mà không cần quan sát tín hiệu ra c(t) . Về nguyên tắc, đối với hệ phức tạp thì điều khiển bù nhiễu không thể cho chất lượng tốt.



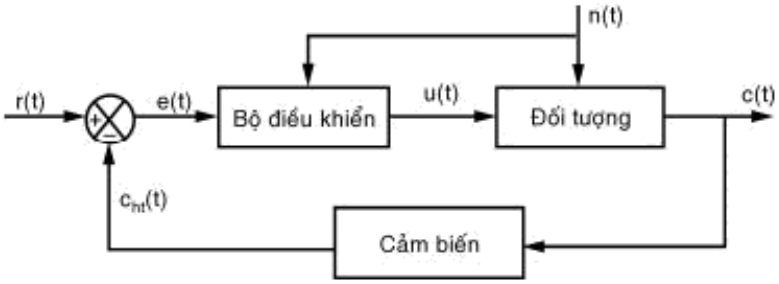
Hình 1.2 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển bù nhiễu

Điều khiển san bằng sai lệch (hình 1.3): Bộ điều khiển quan sát tín hiệu ra c(t) , so sánh với tín hiệu vào mong muốn r(t) để tính toán tín hiệu điều khiển u(t) . Nguyên tắc điều khiển này điều chỉnh linh hoạt, loại sai lệch, thử nghiệm và sửa sai. Đây là nguyên tắc cơ bản trong điều khiển.



Hình 1. 3 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển san bằng sai lệch

Điều khiển phối hợp: Các hệ thống điều khiển chất lượng cao thường phối hợp sơ đồ điều khiển bù nhiễu và điều khiển san bằng sai lệch như hình 1.4.



Hình 1.4 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển phối hợp

Nguyên tắc 2: Nguyên tắc đa dạng tương xứng: Muốn quá trình điều khiển có chất lượng thì sự đa dạng của bộ điều khiển phải tương xứng với sự đa dạng của đối tượng. Tính đa dạng của bộ điều khiển thể hiện ở khả năng thu thập thông tin, lưu trữ thông tin, truyền tin, phân tích xử lý, chọn quyết định,... Ý nghĩa của nguyên tắc này là cần thiết kế bộ điều khiển phù hợp với đối tượng. Hãy so sánh yêu cầu chất lượng điều khiển và bộ điều

khiển sử dụng trong các hệ thống sau:

- Điều khiển nhiệt độ bàn ủi (chấp nhận sai số lớn) với điều khiển nhiệt độ lò sấy (không chấp nhận sai số lớn).

- Điều khiển mực nước trong bồn chứa của khách sạn (chỉ cần đảm bảo luôn có nước trong bồn) với điều khiển mực chất lỏng trong các dây chuyền sản xuất (mực chất lỏng cần giữ không đổi).

Nguyên tắc 3: Nguyên tắc bổ sung ngoài: Một hệ thống luôn tồn tại và hoạt động trong môi trường cụ thể và có tác động qua lại chặt chẽ với môi trường đó. Nguyên tắc bổ sung ngoài thừa nhận có một đối tượng chưa biết (hộp đen) tác động vào hệ thống và ta phải điều khiển cả hệ thống lẫn hộp đen. Ý nghĩa của nguyên tắc này là khi thiết kế hệ thống tự động, muốn hệ thống có chất lượng cao thì không thể bỏ qua nhiễu của môi trường tác động vào hệ thống.

Nguyên tắc 4: Nguyên tắc dự trữ: Vì nguyên tắc 3 luôn coi thông tin chưa đầy đủ phải đề phòng các bất trắc xảy ra và không được dùng toàn bộ lực lượng trong điều kiện bình thường. Vốn dự trữ không sử dụng, nhưng cần để đảm bảo cho hệ thống vận hành an toàn.

Nguyên tắc 5: Nguyên tắc phân cấp: Đối với một hệ thống điều khiển phức tạp cần xây dựng nhiều lớp điều khiển bổ sung cho trung tâm. Cấu trúc phân cấp thường sử dụng là cấu trúc hình cây, ví dụ như hệ thống điều khiển giao thông đô thị hiện đại, hệ thống điều khiển dây chuyền sản xuất.

b. Phân loại hệ thống điều khiển.

- ***Hệ thống tuyến tính - Hệ thống phi tuyến***

Hệ thống tuyến tính không tồn tại trong thực tế, vì tất cả các hệ thống vật lý đều là phi tuyến. Hệ thống điều khiển tuyến tính là mô hình lý tưởng để đơn giản hóa quá trình phân tích và thiết kế hệ thống. Khi giá trị của tín hiệu nhập vào hệ thống còn nằm trong giới hạn mà các phần tử còn hoạt động tuyến tính (áp dụng được nguyên lý xếp chồng), thì hệ thống còn là tuyến tính. Nhưng khi giá trị của tín hiệu vào vượt ra ngoài vùng hoạt động tuyến tính của các phần tử và hệ thống, thì không thể xem hệ thống là tuyến tính được. Tất cả các hệ thống thực tế đều có đặc tính phi tuyến, ví dụ bộ khuếch đại thường có đặc tính bão hòa khi tín hiệu vào trở nên quá lớn, từ trường của động cơ cũng có đặc tính bão hòa. Trong truyền động cơ khí đặc tính phi tuyến thường gặp phải là khe hở và vùng chết giữa các bánh răng, đặc tính ma sát, đàn hồi phi tuyến... Các đặc tính phi tuyến thường được đưa vào HTĐK nhằm cải thiện chất lượng hay tăng hiệu quả điều khiển. Ví dụ như để đạt thời gian điều khiển là tối thiểu trong các hệ thống tên lửa hay điều khiển

phi tuyến người ta sử dụng bộ điều khiển on-off (bang-bang hay relay). Các ống phản lực được đặt cạnh động cơ để tạo ra mômen phản lực điều khiển. Các ống này thường được điều khiển theo kiểu full on - full off, nghĩa là một lượng khí nạp vào một ống định trước trong khoảng thời gian xác định, để điều khiển tư thế của phi tuyến.

- ***Hệ thống bất biến - hệ thống biến đổi theo thời gian***

Khi các thông số của HTĐK không đổi trong suốt thời gian hoạt động của hệ thống, thì hệ thống được gọi là hệ thống bất biến theo thời gian. Thực tế, hầu hết các hệ thống vật lý đều có các phần tử trôi hay biến đổi theo thời gian. Ví dụ như điện trở dây quấn động cơ bị thay đổi khi mới bị kích hay nhiệt độ tăng.

Một ví dụ khác về HTĐK biến đổi theo thời gian là hệ điều khiển tên lửa, trong đó khối lượng của tên lửa bị giảm trong quá trình bay. Mặc dù hệ thống biến đổi theo thời gian không có đặc tính phi tuyến, vẫn được coi là hệ tuyến tính, nhưng việc phân tích và thiết kế loại hệ thống này phức tạp hơn nhiều so với hệ tuyến tính bất biến theo thời gian.

c. Phân loại theo loại tín hiệu trong hệ thống

- ***Hệ thống liên tục***

Hệ thống liên tục là hệ thống mà tín hiệu ở bất kỳ phần nào của hệ cũng là hàm liên tục theo thời gian.

- ***Hệ thống rời rạc***

Khác với HTĐK liên tục, HTĐK rời rạc có tín hiệu ở một hay nhiều điểm trong hệ thống là dạng chuỗi xung hay mã số. Thông thường HTĐK rời rạc được phân làm hai loại: HTĐK lấy mẫu dữ liệu và HTĐK số. HTĐK lấy mẫu dữ liệu ở dạng dữ liệu xung. HTĐK số liên quan đến sử dụng máy tính số hay bộ điều khiển số vì vậy tín hiệu trong hệ được mã số hóa, mã số nhị phân chẳng hạn.

1.2 Các phương pháp mô tả toán học hệ thống ĐKTĐ.

Để có cơ sở cho phân tích, thiết kế các hệ thống điều khiển có bản chất vật lý khác nhau, cơ sở đó chính là toán học. Tổng quát quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống tuyến tính có thể biểu diễn bằng phương trình vi phân bậc cao. Việc khảo sát hệ thống dựa vào phương trình vi phân bậc cao thường gặp nhiều khó khăn. Có hai phương pháp mô tả toán học hệ thống tự động giúp cho việc khảo sát hệ thống dễ dàng hơn, đó là phương pháp hàm truyền đạt và phương pháp không gian trạng thái. Phương pháp hàm truyền đạt chuyển quan hệ phương trình vi phân thành quan hệ phân thức đại số nhờ phép biến đổi Laplace, trong khi đó phương pháp không gian trạng thái biến đổi phương trình vi phân bậc cao thành hệ phương trình vi phân bậc nhất bằng cách đặt các biến phụ (biến trạng thái). Mỗi phương pháp mô tả hệ thống đều có những ưu điểm riêng. Trong tài liệu này chúng ta sẽ mô tả hệ thống bằng hương pháp hàm truyền đạt.

1.2.1 Phép biến đổi Laplace.

a. Định nghĩa:

Cho f(t) là hàm xác định với mọi t = 0, biến đổi Laplace của f(t) là:

$$F(s) = \mathscr{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} f(t).e^{-st}dt \qquad (1.1)$$

trong đó: s - là biến phức (biến Laplace) s = σ + jω

$\mathscr{L}$ - là toán tử biến đổi Laplace

F(s) - là ảnh của hàm f(t) qua phép biến đổi Laplace.

Biến đổi Laplace tồn tại khi tích phân ở biểu thức định nghĩa (1.1) hội tụ.

b. Tính chất của phép biến đổi Laplace.

- Tính tuyến tính:

Nếu hàm $f_1(t)$ có biến đổi Laplace là $\mathscr{L}\{f_1(t)\} = F_1(s)$ và hàm $f_2(t)$ có $\mathscr{L}\{f_2(t)\} = F_2(s)$

thì:

$$\mathscr{L}\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s) \qquad (1.2)$$

- Ảnh của đạo hàm:

Nếu hàm f(t) có biến đổi Laplace là $\mathscr{L}\{f(t)\} = F(s)$ thì:

$$\mathscr{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s) - f(0^+) \qquad (1.3)$$

trong đó $f(0^+)$ là điều kiện đầu. Nếu điều kiện đầu bằng 0 thì:

$$\mathscr{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s)$$

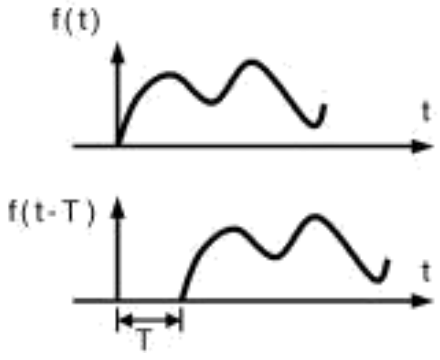
- Ảnh của tích phân:

Nếu hàm f(t) có biến đổi Laplace là $\mathscr{L}\{f(t)\} = F(s)$

thì:

$$\mathscr{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s} \qquad (1.4)$$

- Định lý chậm trễ:



Hình 1.5. Làm trễ hàm f(t) một thời gian là T

Nếu f(t) được làm trễ một khoảng thời gian T, ta có hàm f(t-T). Khi đó:

$$\mathscr{L}\{f(t-T)\} = e^{-Ts}.\mathscr{L}\{f(t)\} = e^{-Ts}.F(s) \qquad (1.5)$$

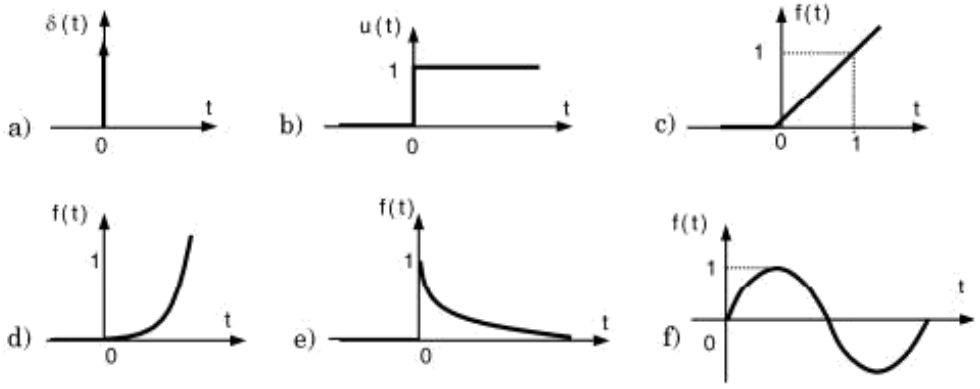
- Định lý giá trị cuối:

Nếu hàm f(t) có biến đổi Laplace là $\mathscr{L}\{f(t)\} = F(s)$ thì:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s) \qquad (1.6)$$

c. Biến đổi Laplace của một số hàm cơ bản

Khi khảo sát hệ thống tự động người ta thường đặt tín hiệu vào là các tín hiệu cơ bản. Ví dụ như để khảo sát hệ thống điều khiển ổn định hóa tín hiệu vào được chọn là hàm nấc, để khảo sát hệ thống điều khiển theo dõi tín hiệu vào được chọn là hàm hàm dốc, nhiễu tác động vào hệ thống có thể mô tả bằng hàm dirac. Tín hiệu ra của hệ thống tự động cũng có dạng là tổ hợp của các tín hiệu cơ bản như hàm nấc, hàm mũ, hàm sin, … Do đó trong mục này chúng ta xét biến đổi Laplace của các hàm cơ bản để sử dụng trong việc phân tích và thiết kế hệ thống ở các phần sau.



Hình 1.6 Các hàm cơ bản

a) Hàm xung đơn vị; b) Hàm nấc đơn vị; c) Hàm dốc đơn vị; d) Hàm parabol;

e) Hàm mũ; f) Hàm sin

- **Hàm xung đơn vị** (hàm dirac) (H.1.6a)

Hàm xung đơn vị thường được sử dụng để mô tả nhiễu tác động vào hệ thống.

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & khi\ \ t\neq 0\\ \infty & khi\ \ t=0\end{cases} \qquad \text{thoả} \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1$$

Theo định nghĩa:

$$\{\delta(t)\}=\int_{0}^{+\infty}\delta(t).e^{-st}dt=\int_{0}^{0^+}\delta(t).e^{-st}dt=\int_{0}^{0^+}\delta(t).e^{-0}dt=1 \qquad (1.7)$$

$$\Rightarrow \mathscr{L}\ \{\delta(t)\}=1$$

- **Hàm nấc đơn vị** (H1.6b)

Trong các hệ thống điều khiển ổn định hóa, tín hiệu vào có dạng hàm nấc đơn vị.

$$u(t)=\begin{cases}1 & khi\ \ t\geq 0\\ 0 & khi\ \ t<0\end{cases}$$

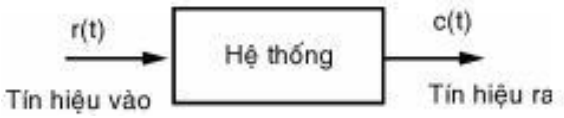
Theo định nghĩa phép biến đổi Laplace ta có:

$$\mathscr{L}\ \{u(t)\}=\int_{0}^{+\infty}u(t).e^{-st}dt=\int_{0}^{+\infty}e^{-st}dt=-\frac{e^{-st}}{s}\Big|_{0}^{+\infty}=-\left(\frac{e^{-\infty}}{s}-\frac{e^{0}}{s}\right)=\frac{1}{s} \qquad (1.8)$$

$$\Rightarrow \mathscr{L}\ \{u(t)\}=\frac{1}{s}$$

1.2.2 Hàm truyền đạt.

a. Định nghĩa



Hình 1.7. Tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống tự động

Quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của mọi hệ thống tuyến tính bất biến liên tục đều có thể mô tả bởi phương trình vi phân hệ số hằng:

$$a_0\frac{d^n c(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}c(t)}{dt^{n-1}}+\cdots+a_n c(t)=b_0\frac{d^m r(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}r(t)}{dt^{m-1}}+\cdots+b_m r(t) \quad (1.9)$$

trong đó các hệ số a_i và b_j là thông số của hệ thống ($a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$); n là bậc của hệ thống. Hệ thống được gọi là hợp thức (proper) nếu n >= m, hệ thống được gọi là không hợp thức nếu n < m. Chỉ có các hệ thống hợp thức mới tồn tại trong thực tế.

Giả sử điều kiện đầu bằng 0, biến đổi Laplace hai vế phương trình trên ta được:

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n)C(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m)R(s)$$

$$\Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m)}{(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n)}$$

Đặt $$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m)}{(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n)} \quad (1.10)$$

G(s) gọi là hàm truyền của hệ thống.

Định nghĩa: Hàm truyền của một hệ thống là tỉ số giữa biến đổi Laplace của tín hiệu ra và biến đổi Laplace của tín hiệu vào khi điều kiện đầu bằng 0.

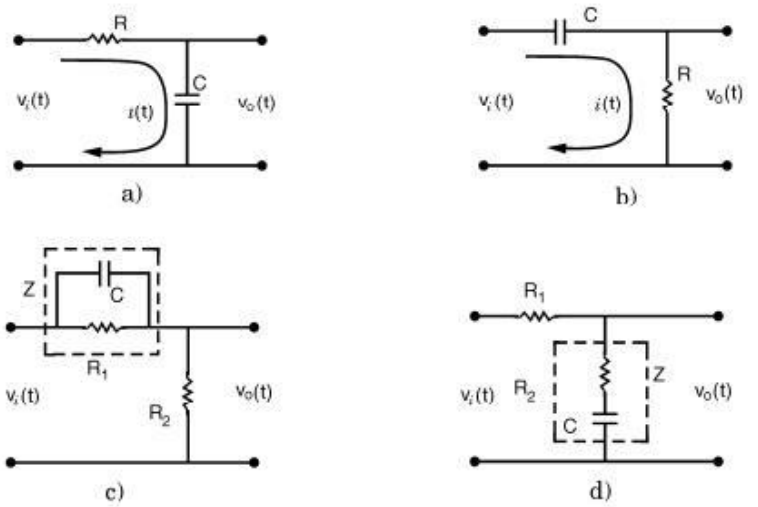
b. Hàm truyền đạt của các khâu hiệu chỉnh

Trong hệ thống tự động các khâu hiệu chỉnh chính là các bộ điều khiển đơn giản được sử dụng để biến đổi hàm truyền đạt của hệ thống nhằm mục đích tăng tính ổn định, cải thiện đáp ứng và giảm thiểu ảnh hưởng của nhiễu lên chất lượng của hệ thống.

Thường khâu hiệu chỉnh là các mạch điện. Có hai dạng mạch hiệu chỉnh là mạch hiệu chỉnh thụ động và mạch hiệu chỉnh tích cực. Mạch hiệu chỉnh thụ động không có các bộ khuếch đại, độ lợi của các mạch này thường nhỏ hơn hay bằng 1. Ngược lại mạch hiệu chỉnh tích cực có các khâu khuếch đại, độ lợi của các mạch này thường lớn hơn 1. Phần này trình bày hàm truyền một số khâu hiệu chỉnh thường được sử dụng trong thiết kế hệ thống.

Đặc tính của các khâu hiệu chỉnh này sẽ được phân tích ở các chương sau.

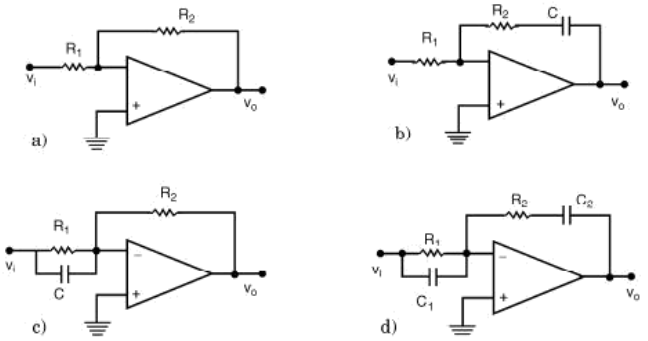
- Khâu hiệu chỉnh thụ động:



Hình 1.8. Các khâu hiệu chỉnh thụ động

a) Khâu tích phân bậc một; b) Khâu vi phân bậc một; c) Khâu sớm pha;
d) Khâu trễ pha

- Khâu hiệu chỉnh tích cực :



Hình 1.9. Các khâu hiệu chỉnh tích cực

a) Khâu tỉ lệ; b) Khâu tích phân tỉ lệ PI c) Khâu vi phân tỉ lệ; d) Khâu vi tích phân tỉ lệ PID

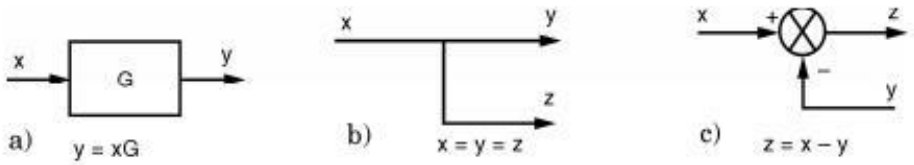
1.3 Các quy tắc biến đổi sơ đồ khối

1.3.1 Sơ đồ khối

Trong thực tế các hệ thống thường gồm nhiều phần tử cơ bản kết nối với nhau. Một cách đơn giản nhưng rất hiệu quả trong việc biểu diễn các hệ thống phức tạp là dùng sơ đồ khối.

Sơ đồ khối của một hệ thống là hình vẽ mô tả chức năng của các phần tử và sự tác động qua lại giữa các phần tử trong hệ thống. Sơ đồ khối gồm có ba thành phần là khối chức năng, bộ tổng và điểm rẽ nhánh.

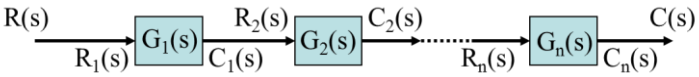
- Khối chức năng: Tín hiệu ra của khối chức năng bằng tích tín hiệu vào và hàm truyền
- Điểm rẽ nhánh: Tại điểm rẽ nhánh mọi tín hiệu đều bằng nhau.
- Bộ tổng: Tín hiệu ra của bộ tổng bằng tổng đại số của các tín hiệu vào.



Hình 1.10. Các thành phần cơ bản của sơ đồ khối

a) Khối chức năng; b) Điểm rẽ nhánh; c) Bộ tổng

- Hệ thống nối tiếp.



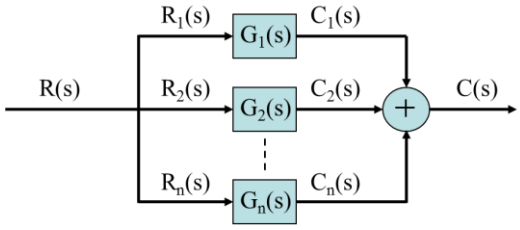
Hàm truyền tương đương của hệ thống nối tiếp.

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{C_n(s)}{R_1(s)} = \frac{C_1(s).C_n(s)}{R_1(s).C_1(s)} = G_1(s).\frac{C_n(s)}{R_2(s)}$$

$$= G_1(s).\frac{C_n(s)}{R_2(s)} = G_1(s).\frac{C_2(s).C_n(s)}{R_2(s).C_2(s)} = G_1(s).G_2(s).\frac{C_n(s)}{R_3(s)}$$

$$= ... = G_1(s).G_2(s)...G_n(s) = \prod_{i=1}^{n} G_i(s) \qquad (1.11)$$

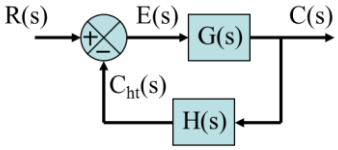
- Hệ thống song song.



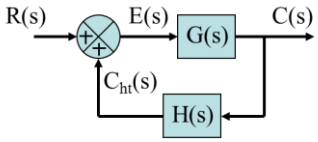
Hàm truyền tương đương của hệ thống song song.

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{C_1(s) + C_2(s) + ... + C_n(s)}{R(s)}$$
$$= \frac{C_1(s)}{R_1(s)} + \frac{C_2(s)}{R_2(s)} + ... + \frac{C_n(s)}{R_n(s)} = \sum_{i=1}^{n} G_i(s) \quad (1.12)$$

- Hệ hồi tiếp một vòng.



a) Hồi tiếp âm



b) Hồi tiếp dương

Hồi tiếp âm .

$$G_k(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s).H(s)} \quad (1.13)$$

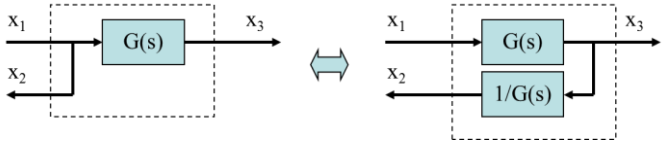
Hồi tiếp dương.

$$G_k(s) = \frac{G(s)}{1 - G(s).H(s)} \quad (1.14)$$

- Hệ hồi tiếp nhiều vòng

Đối với các hệ thống phức tạp gồm nhiều vòng hồi tiếp, ta thực hiện các phép biến đổi sơ đồ khối để làm xuất hiện các dạng đơn giản (nối tiếp, song song, hồi tiếp 1 vòng) và tính hàm truyền tương đương theo thứ tự từ trong ra ngoài.

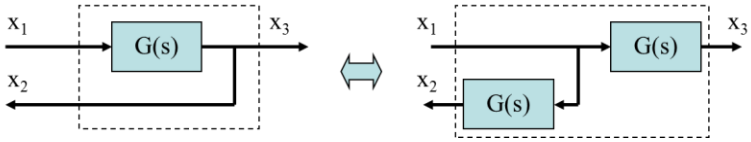
Chuyển điểm rẽ nhánh từ trước ra sau một khối.



$x_1 = x_2$; $x_3 = x_1.G(s)$ $x_3 = x_1.G(s)$;

$x_2 = x_3.(1/G(s)) = x_1.G(s).(1/G(s)) = x_1$

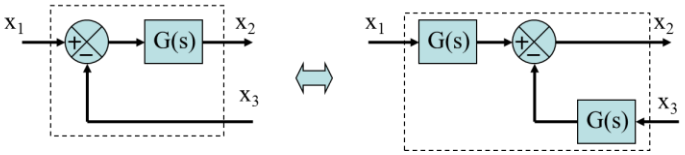
Chuyển điểm rẽ nhánh từ sau ra trước một khối.



$x_3 = x_1.G(s)$; $x_3 = x_1.G(s)$; $x_2 = x_1.G(s)$

$x_2 = x_3 = x_1.G(s)$

Chuyển điểm bộ tổng từ sau ra trước một khối.



$x_2 = (x_1 - x_3)\, G(s)$ $x_2 = x_1.G(s) - x_3.G(s)$

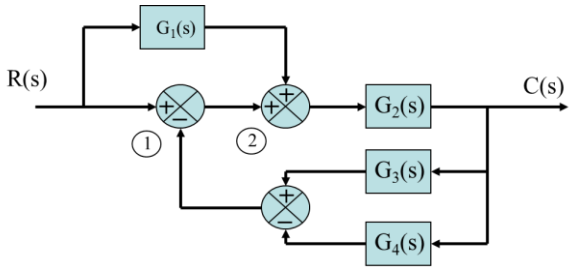
$= (x_1 - x_3).G(s)$

Chuyển vị trí hai bộ tổng.

$x_4 = (x_1 - x_2) + x_3$ $x_4 = (x_1 + x_3) - x_2$

1.3.2 Ví dụ điển hình.

Tính hàm truyền tương đương của hệ thống có sơ đồ khối như sau:



***Giải*:** Biến đổi tương đương sơ đồ khối như sau:

- Chuyển vị trí hai bộ tổng ①và ②, $G_A(s)=[G_3(s)//G_4(s)]$:
- $G_B(s)= [G_1(s)//$hàm truyền đơn vị],
- $G_C(s)$ = vòng hồi tiếp $[G_2(s), G_A(s)]$:

Ta có:

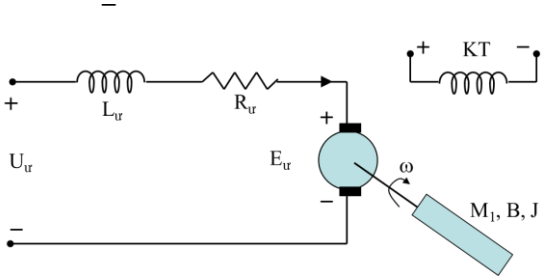
- $G_A(s) = G_3(s) – G_4(s)$
- $G_B(s) = 1+ G_1(s)$

Hàm truyền tương đương của hệ thống:

$$G_{ht}(s) = G_B(s).G_C(s)$$
$$\Rightarrow G_{ht}(s) = \frac{[1+G_1(s)].G_2(s)}{1+G_2(s).[G_3(s)-G_4(s)]}$$

1.4 Xây dựng mô hình toán học mô tả hệ thống điều khiển.

- Động cơ một chiều kích từ độc lập



Hình 1.11. Mô hình động cơ một chiều kích từ độc lập

$L_ư$ - điện cảm phần ứng
$R_ư$ - điện trở phần ứng
$U_ư$ - điện áp phần ứng
$E_ư$ - sức phản điện động
ω - tốc độ góc
M_t - moment tải
B - hệ số ma sát
J - moment quán tính

Theo định luật Kirchoff ta có phương trình cân bằng điện áp ở mạch điện phần ứng:

$$U_u(t) = i_u(t).R_u + L_u \frac{di_u(t)}{dt} + E_u(t) \quad (1.15)$$

Áp dụng định luật Newton cho chuyển động quay, ta có phương trình cân bằng moment trên trục động cơ:

$$M_d(t) = M_t(t) + B\omega(t) + J\frac{d\omega(t)}{dt} \quad (1.16)$$

Biến đổi Laplace ta có:

$$U_ư(s) = I_ư(s).R_ư + L_ư sI_ư(s) + E_ư(s)$$

$$E_ư(s) = K\Phi\omega(s) \quad (1.17)$$

$$M_đ(s) = M_t(s) + B\omega(s) + Js\omega(s) \quad (1.18)$$

$$M_đ(s) = K\Phi I_ư(s) \quad (1.19)$$

Đặt: $T_ư = \frac{L_ư}{R_ư}$

$$T_C = \frac{J}{B}$$

Ta có:

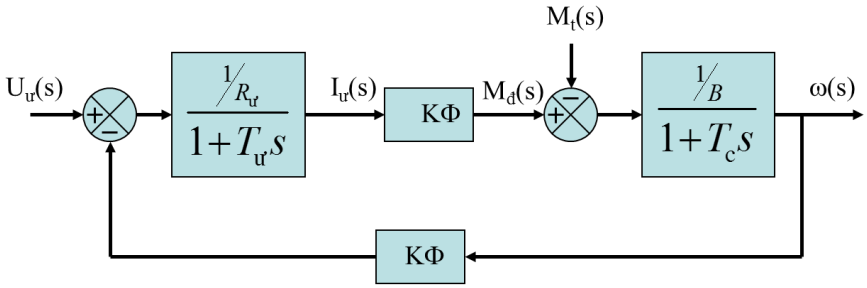
$$U_u(s) - E_u(s) = R_u(1+T_u s)I_u(s)$$

$$\Rightarrow I_u(s) = \frac{U_u(s) - E_u(s)}{R_u(1+T_u s)} \quad (1.20)$$

$$M_d(s) - M_t(s) = B(1+T_c s)\omega(s)$$

$$\omega(s) = \frac{M_d(s) - M_t(s)}{B(1+T_c s)} \quad (1.21)$$

Sơ đồ khối của động cơ điện một chiều kích từ độc lập



CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 1.

1. Định nghĩa hệ thống điều khiển tự động.
2. Phân biệt các loại hệ thống điều khiển tự động. Cho ví dụ mỗi loại.
3. Mô tả toán học hệ thống giảm xóc cơ khí.
4. Các công việc cần tiến hành khi thiết kế một hệ thống điều khiển tự động?
5. Ý nghĩa môn học lý thuyết điều khiển?

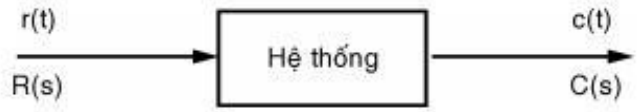
CHƯƠNG 2: ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC CỦA CÁC KHÂU CƠ BẢN VÀ CỦA HỆ THỐNG ĐKTĐ LIÊN TỤC

2.1 Khái niệm chung

Đặc tính động của hệ thống mô tả sự thay đổi tín hiệu ở đầu ra của hệ thống theo thời gian khi có tác động ở đầu vào. Trong thực tế các hệ thống điều khiển rất đa dạng, tuy nhiên những hệ thống được mô tả bằng mô hình toán học có dạng như nhau sẽ có đặc tính động học như nhau. Để khảo sát đặc tính động của hệ thống tín hiệu vào thường được chọn là tín hiệu cơ bản như hàm xung đơn vị, hàm nấc đơn vị hay hàm điều hòa. Tùy theo dạng của tín hiệu vào thử mà đặc tính động thu được là đặc tính thời gian hay đặc tính tần số.

2.2 Đặc tính thời gian

Đặc tính thời gian của hệ thống mô tả sự thay đổi tín hiệu ở đầu ra của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm xung đơn vị hay hàm nấc đơn vị.



Hình 2.1. Tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống

Nếu tín hiệu vào là hàm xung đơn vị

$$r(t) = \delta(t)$$

thì đáp ứng của hệ thống là:

$$C(s) = R(s).G(s) = G(s) \quad (\text{do } R(s) = 1)$$

$$\Rightarrow c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = g(t) \qquad (2.1)$$

g(t) được gọi là đáp ứng đáp ứng xung hay còn gọi là hàm trọng lượng của hệ thống.

Vậy đáp ứng xung là đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm xung đơn vị. Theo biểu thức đáp ứng xung chính là biến đổi Laplace ngược của hàm truyền.

Nếu tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị r(t) = 1(t) thì đáp ứng của hệ thống là:

$$C(s) = R(s).G(s) = \frac{G(s)}{s} \quad (\text{do } R(s) = \frac{1}{s})$$

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(t)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \int_0^t g(\tau)d\tau \qquad (2.2)$$

Biểu thức (2.2) có được do áp dụng tính chất ảnh của tích phân của phép biến đổi Laplace. Đặt:

$$h(t) = \int_0^t g(\tau)d\tau \qquad (2.3)$$

h(t) được gọi là đáp ứng nấc hay còn gọi là hàm quá độ của hệ thống.

Vậy đáp ứng nấc là đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị. Theo biểu thức (2.3) đáp ứng nấc chính là tích phân của đáp ứng xung.

Ví dụ2.1 : Cho hệ thống có hàm truyền là:

$$G(s) = \frac{s+1}{s(s+5)}$$

Xác định hàm trọng lượng và hàm quá độ của hệ thống.

Giải. Hàm trọng lượng:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{s(s+5)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{5s} + \frac{4}{5(s+5)}\right\}$$

$$g(t) = \frac{1}{5} + \frac{4}{5}e^{-5t}$$

Hàm quá độ:

$$h(t) = \int_0^t g(t)d(\tau) = \frac{1}{5}t - \frac{4}{25}e^{-5t} + \frac{4}{25}$$

Nhận xét: Ở bài trước ta đã biết có ba cách mô tả toán học hệ thống tuyến tính liên tục là dùng phương trình vi phân, hàm truyền và hệ phương trình trạng thái. Do quan hệ giữa hàm trọng lượng và hàm quá độ với hàm truyền cho bởi biểu thức (2.1) và (2.3) ta thấy rằng có thể dùng hàm trọng lượng hay hàm quá độ để mô tả toán học hệ thống tự động. Khi đã biết hàm trọng lượng hay hàm quá độ thì sẽ suy ra được hàm truyền dễ dàng bằng các công thức sau đây:

$$G(s) = \mathscr{L}\{g(t)\}$$

$$G(s) = \mathscr{L}\left\{\frac{dh(t)}{dt}\right\} \qquad (2.4)$$

Ví dụ 2.2: Cho hệ thống có đáp ứng nấc đơn vị là:

$$h(t) = 1 - 3e^{-2t} + 2e^{-3t}$$

Xác định hàm truyền của hệ thống.

Giải. Theo đề bài, ta có:

$$G(s) = \mathcal{L}\left\{\frac{dh(t)}{dt}\right\} = \mathcal{L}\{6e^{-2t} - 6e^{-3t}\} = \frac{6}{s+2} - \frac{6}{s+3}$$

2.3 Đặc tính tần số

Đặc tính tần số của hệ thống tuyến tính liên tục mô tả quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số của tín hiệu dao động điều hòa tác động ở đầu vào của hệ thống.

Xét hệ tuyến tính liên tục có hàm truyền là G(s), giả sử tín hiệu vào là tín hiệu hình sin:

$$r(t) = R_m \sin \omega t \Leftrightarrow R(s) = \frac{\omega R_m}{s^2 + \omega^2}$$

Tín hiệu ra của hệ thống là:

$$C(s) = R(s).G(s) = \left(\frac{\omega R_m}{s^2 + \omega^2}\right).G(s)$$

Giả sử G(s) có n cực pi phân biệt thỏa: $p_i \neq \pm j\omega$

ta có thể phân tích C(s) dưới dạng:

$$C(s) = \frac{\alpha}{s + j\omega} + \frac{\overline{\alpha}}{s - j\omega} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\beta_i}{s - p_i}$$

Biến đổi Laplace ngược biểu thức trên, ta được:

$$c(t) = \alpha e^{-j\omega t} + \overline{\alpha} e^{j\omega t} + \sum_{i=1}^{n} \beta_i e^{p_i t}$$

Nếu hệ thống ổn định thì tất cả các cực pi đều có phần thực âm. Khi đó:

$$\lim_{t \to +\infty} \sum_{i=1}^{n} \beta_i e^{p_i t} = 0$$

Do đó: $$c_{xl}(t) = \alpha e^{-j\omega t} + \overline{\alpha} e^{j\omega t} \qquad (2.5)$$

Nếu G(s) có cực bội thì ta cũng có thể chứng minh được đáp ứng xác lập của hệ thống có dạng (2.5). Các hệ số α và $\overline{\alpha}$ xác định bởi công thức:

$$\alpha = G(s) \frac{\omega R_m}{s^2 + \omega^2} (s + j\omega) \Big|_{s=-j\omega} = -\frac{R_m G(-j\omega)}{2.j} \qquad (2.6)$$

$$\overline{\alpha} = G(s) \frac{\omega R_m}{s^2 + \omega^2} (s - j\omega) \Big|_{s=j\omega} = \frac{R_m G(j\omega)}{2.j} \qquad (2.7)$$

rút gọn biểu thức ta được:

$$c_{xl}(t) = R_m \left| G(j\omega) \right| \sin\left(\omega t + \angle G(j\omega)\right) \qquad (2.8)$$

Biểu thức cho thấy ở trạng thái xác lập tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu hình sin, cùng tần số với tín hiệu vào, biên độ tỉ lệ với biên độ tín hiệu vào và lệch pha so với tín hiệu vào 1 góc $\angle G(j\omega)$.

Định nghĩa: *Đặc tính tần số của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra ở trạng thái xác lập và tín hiệu vào hình sin*.

$$\textit{Đặc tính tần số} = \frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} \qquad (2.9)$$

Ta rút ra đặc tính tần số $= G(s)\big|_{s=j\omega} = G(j\omega)$ (2.10)

Để biểu diễn đặc tính tần số một cách trực quan, ta có thể dùng đồ thị. Có hai dạng đồ thị thường sử dụng:

Biểu đồ Bode là hình vẽ gồm 2 thành phần:

- **Biểu đồ Bode biên độ**: đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa logarithm của đáp ứng biên độ L(ω) theo tần số ω. .

$$L(\omega) = 20\lg M(\omega)$$

$L(\omega)$ - là đáp ứng biên độ tính theo đơn vị dB (decibel)

- **Biểu đồ Bode pha**: đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa đáp ứng pha φ(ω) theo tần số ω.

.

Cả hai đồ thị trên đều được vẽ trong hệ tọa độ vuông góc với trục hoành ω chia theo thang logarithm cơ số 10. Khoảng cách giữa hai tần số hơn kém nhau 10 lần gọi là một decade.

Biểu đồ Nyquist: (đường cong Nyquist) là đồ thị biểu diễn đặc tính tần số $G(j\omega)$ trong hệ toạ độ cực khi ω thay đổi từ 0→ ∞. Nói cách khác đường cong Nyquist là tập hợp tất cả các điểm ngọn của vectơ biểu diễn số phức $G(j\omega)$ (biên độ vectơ là $M(\omega)$ góc của vectơ là φ(ω) khi ω thay đổi từ 0→ ∞).

Mặc dù biểu diễn dưới dạng hai đồ thị khác nhau nhưng thông số có được từ hệ thống từ biểu đồ Bode và biểu đồ Nyquist là như nhau. Từ biểu đồ Bode ta có thể suy ra được biểu đồ Nyquist và ngược lại.

Đặc tính tần số của hệ thống có các thông số quan trọng sau đây:

Đỉnh cộng hưởng (Mp): đỉnh cộng hưởng là giá trị cực đại của $M(\omega)$

Tần số cộng hưởng (ω_P) : là tần số tại đó có đỉnh cộng hưởng

Tần số cắt biên (ω_C) : là tần số tại đó biên độ của đặc tính tần số bằng 1 (hay 0dB)

$$M(\omega_c) = 1$$
$$\text{hay } L(\omega_c) = 0$$

Tần số cắt pha ($\omega_{-\pi}$): là tần số tại đó pha của đặc tính tần số bằng - π (hay bằng -180^o)

$$\varphi(\omega_{-\pi}) = -180^o$$

Độ dự trữ biên (GM – Gain Margin)

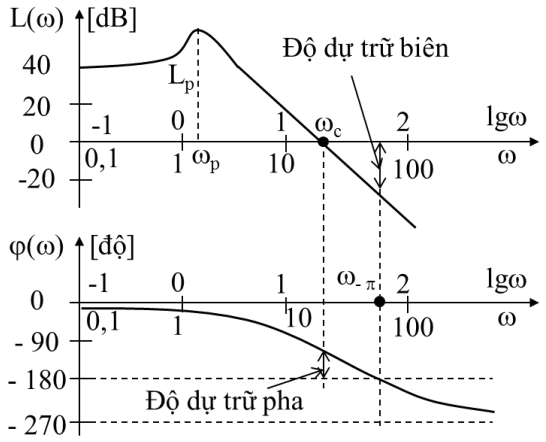
$$GM = \frac{1}{M(\omega_{-\pi})}$$

hay $GM = -L(\omega_{-\pi})$ [dB]

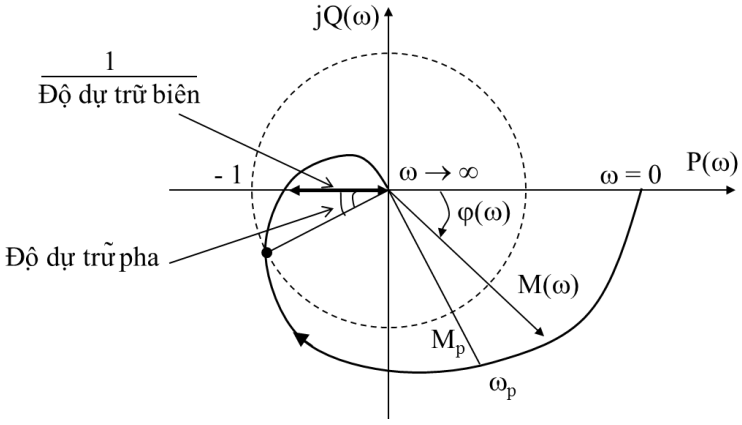
Độ dự trữ pha (ΦM-Phase Margin)

$$\Phi M = 180^o + \varphi(\omega_c)$$

Độ dự trữ biên và độ dự trữ pha cho biết hệ thống có ổn định không.



Hình 2.2 Biểu diễn đặc tính tần số bằng biểu đồ Bode



Hình 2.3 Biểu diễn đặc tính tần số bằng biểu đồ Nyquist

2.4 Các khâu động học cơ bản

Ở trên chúng ta vừa đề cập đến khái niệm đặc tính động học của hệ thống tự động. Trong mục này, chúng ta sẽ xét đặc tính động học của một số khâu cơ bản như khâu tỉ lệ, vi phân, tích phân, quán tính bậc một, dao động bậc hai, … Trên cơ sở đặc tính động học của các khâu cơ bản, mục sẽ trình bày cách xây dựng đặc tính động học của hệ thống tự động.

2.4.1 Khâu tỉ lệ (khâu khuếch đại)

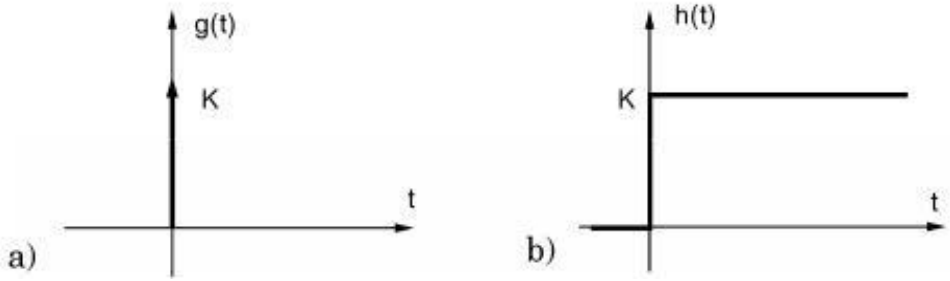
Hàm truyền: $G(s) = K \quad (K>0)$ (2.9)

$c(t) = K.r(t)$

Đặc tính thời gian: $C(s) = G(s), R(s) = K.R(s)$ (2.10)

$c(t) = K.r(t)$

Vậy tín hiệu ra của khâu tỉ lệ bằng tín hiệu vào khuếch đại lên K lần. Hình 2.4 mô tả hàm trọng lượng và hàm quá độ của khâu tỉ lệ.



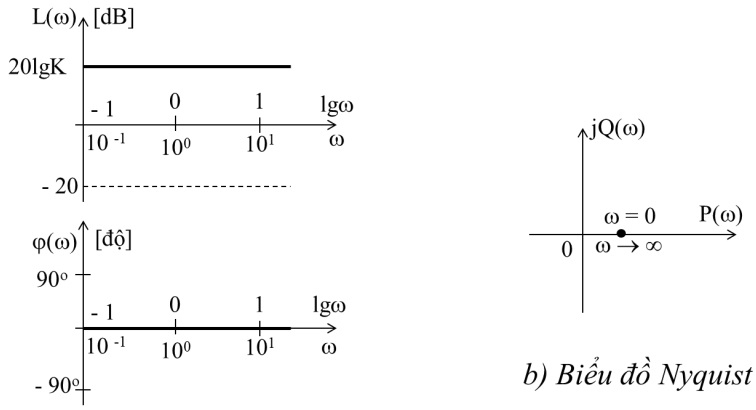
Hình 2.4 Đặc tính thời gian của khâu tỉ lệ

a) Hàm trọng lượng; b) Hàm quá độ

Đặc tính tần số: $G(j\omega) = K$

Biên độ: $M(\omega) = K \Rightarrow L(\omega) = 20 \lg K$

Pha: $\varphi(\omega) = 0$



a) Biểu đồ Bode

b) Biểu đồ Nyquist

Hình 2.5 Đặc tính tần số của khâu tỉ lệ

Các biểu thức trên cho thấy đặc tính tần số của khâu tỉ lệ là hằng số với mọi ω, do đó biểu đồ Bode về biên độ là một đường song song với trục hoành, cách trục hoành 20lgK; biểu đồ Bode về pha là một đường nằm ngang trùng với trục hoành; biểu đồ Nyquist là một điểm do véctơ G(jω) không đổi với mọi ω. Xem hình 2.5.

2.4.2 Khâu tích phân lý tưởng

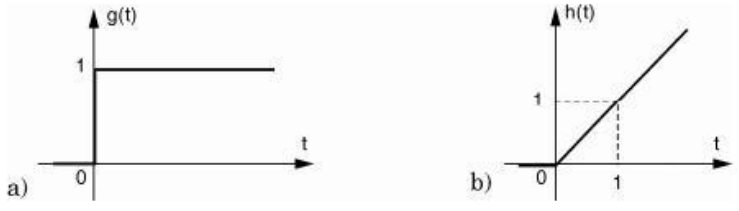
Hàm truyền: $$G(s)=\frac{1}{s} \qquad (2.11)$$

Đặc tính thời gian: $$C(s)=G(s).R(s)=\frac{R(s)}{s} \quad (2.12)$$

Vậy hàm trọng lượng và hàm quá độ của khâu tích phân lý tưởng tương ứng là hàm nấc đơn vị và hàm dốc đơn vị .Một đặc điểm quan trọng cần quan tâm là hàm quá độ của khâu tích phân lý tưởng tăng đến vô cùng.

Hàm trọng lượng: $g(t)=\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}=\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s}\}$=1(t)

Hàm quá độ: $h(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}=t.1(t)$



Hình 2.6 Đặc tính thời gian của khâu tích phân lý tưởng

a) Hàm trọng lượng; b) Hàm quá độ

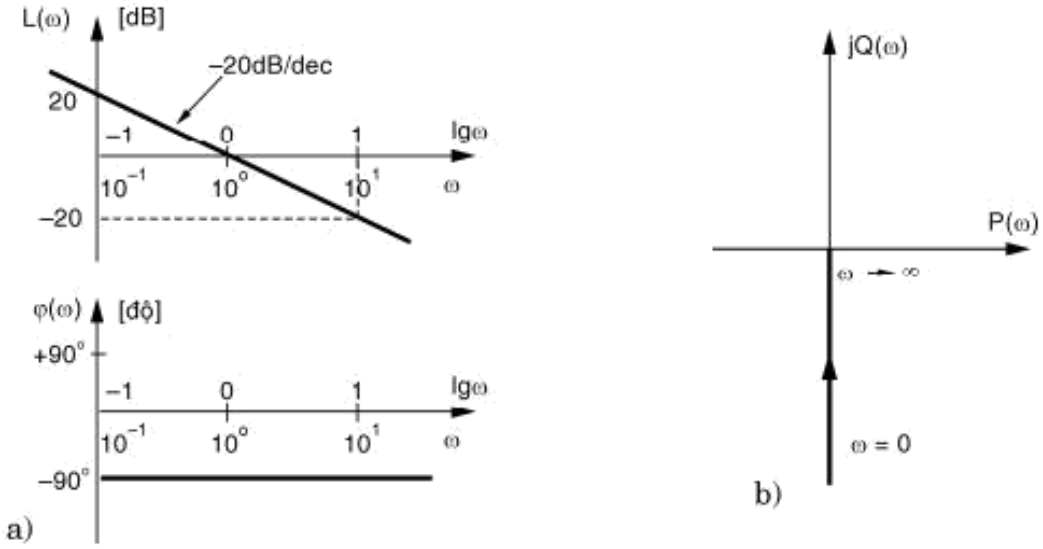
Đặc tính tần số: $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega} = -j\frac{1}{\omega}$

Biên độ: $M(\omega) = \frac{1}{\omega}$

$$\Rightarrow L(\omega) = 20\lg M(\omega) = 20\lg\left(\frac{1}{\omega}\right) = -20\lg(\omega)$$

Pha: $\varphi(\omega) = -90^o$

Nếu vẽ L(ω) trong hệ tọa độ vuông góc thông thường thì đồ thị L(ω) là đường cong. Tuy nhiên do trục hoành của biểu đồ Bode được chia theo thang logarith cơ số 10 nên dễ dàng thấy rằng biểu đồ Bode về biên độ của khâu tích phân lý tưởng là đường thẳng có độ dốc –20dB/dec. Biểu đồ Bode về pha của khâu tích phân lý tưởng là đường nằm ngang do $\varphi(\omega) = -90^0$ với mọi ω. Biểu đồ Nyquist là nửa dưới của trục tung do G(jω) có phần thực bằng 0, phần ảo luôn luôn âm



Hình 2.7. Đặc tính tần số của khâu tích phân lý tưởng
a) Biểu đồ Bode; b) Biểu đồ Nyquist

2.4.3 Khâu vi phân lý tưởng

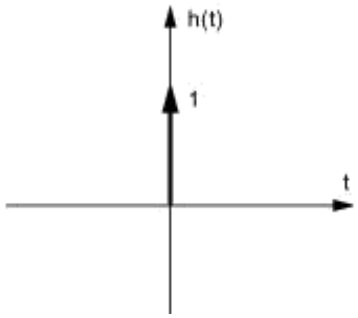
Hàm truyền: $G(s) = s$ (2.13)

Đặc tính thời gian: $C(s) = G(s).R(s) = sR(s)$ (2.14)

Hàm quá độ: $$h(t) = \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathscr{L}^{-1}\{1\} = \delta(t)$$

Hàm trọng lượng: $$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \delta(t)$$

Hàm quá độ của khâu vi phân lý tưởng hàm xung đơn vị, hàm trọng lượng là đạo hàm của hàm quá độ, chỉ có thể mô tả bằng biểu thức toán học (2.11), không biểu diễn bằng đồ thị được.



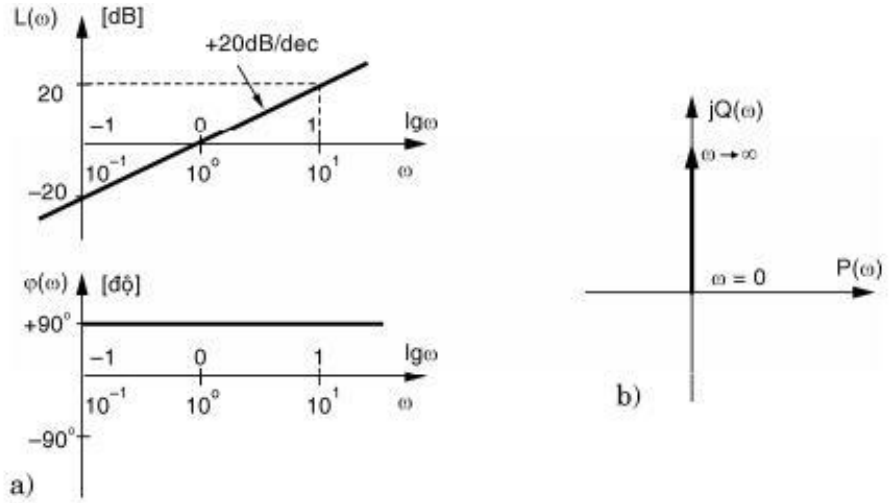
Hình 2.8.Hàm quá độ của khâu vi phân lý tưởng

Đặc tính tần số: G(jω)= jω
Biên độ : M(ω) = ω

$$L(\omega) = 20lgM(\omega) = 20\lg(\omega) \quad (2.15)$$

Pha: $\varphi(\omega) = +90^o$

Đặc tính tần số của khâu vi phân lý tưởng hoàn toàn trái ngược so với khâu tích phân lý tưởng. Biểu đồ Bode về biên độ của khâu vi phân lý tưởng là đường thẳng có độ dốc +20dB/dec, biểu đồ Bode về pha là đường nằm ngang $\varphi(\omega) = +90^0$. Biểu đồ Nyquist là nửa trên của trục tung do G(jω) có phần thực bằng 0, phần ảo luôn luôn dương



Hình 2.9 Đặc tính tần số của khâu vi phân lý tưởng
a) Biểu đồ Bode; b) Biểu đồ Nyquist

2.4.4 Khâu quán tính bậc nhất

Hàm truyền:

$$G(s) = \frac{1}{Ts+1} \qquad (2.16)$$

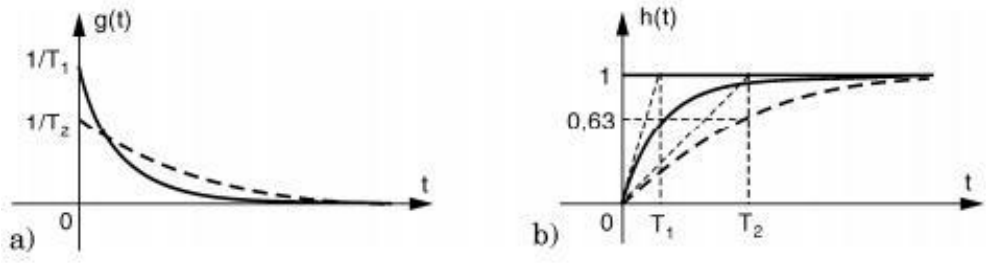
Đặc tính thời gian: $C(s) = G(s).R(s) = \frac{R(s)}{Ts+1}$

Hàm trọng lượng: $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{Ts+1}\right\} = \frac{1}{T}e^{\frac{-1}{T}}1(t)$ (2.17)

Hàm quá độ: $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s(Ts+1)}\right\} = \left(1 - e^{-\frac{1}{T}}\right)1(t)$ (2.18)

Hàm trọng lượng của khâu quán tính bậc nhất là hàm mũ suy giảm về 0, hàm quá độ tăng theo qui luật hàm mũ đến giá trị xác lập bằng 1. Tốc độ biến thiên của hàm trọng lượng và hàm quá độ tỉ lệ với T nên T được gọi là thời hằng của khâu quán tính bậc nhất. T càng nhỏ thì đáp ứng càng nhanh, T càng lớn thì đáp ứng càng chậm. Hình 2.10 minh họa đặc tính thời gian của hai khâu quán tính bậc nhất có thời hằng tương ứng là T1 và T2, trong đó T1 < T2.

Thay t = T vào biểu thức 2.18 ta được h(T) = 0,63 , do đó thời hằng của khâu quán tính bậc nhất chính là thời gian cần thiết để hàm quá độ tăng lên bằng 63% giá trị xác lập (giá trị xác lập của h(t) = 1). Một cách khác để xác định thời hằng T là vẽ tiếp tuyến với hàm quá độ tại gốc tọa độ, khoảng cách từ giao điểm của tiếp tuyến này với đường nằm ngang có tung độ bằng 1 chính là T.



Hình 2.10 Đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc nhất
a) Hàm trọng lượng; b) Hàm quá độ

Đặc tính tần số:

$$G(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega + 1} = \frac{1 - Tj\omega}{1 + T^2\omega^2} \qquad (2.19)$$

Phần thực: $P(\omega) = \frac{1}{1 + T^2\omega^2}$

Phần ảo: $Q(\omega) = \frac{-T\omega}{1 + T^2\omega^2}$

Biên độ $M(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + T^2\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{T\omega}{1 + T^2\omega^2}\right)^2}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}} \qquad (2.20)$$

$$\Rightarrow L(\omega) = 20\lg M(\omega) = -20\lg\sqrt{1 + T^2\omega^2} \qquad (2.21)$$

Pha:

$$\varphi(\omega) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) = -\text{tg}^{-1}(T\omega)$$

Biểu thức cho thấy biểu đồ Bode biên độ là một đường cong. Có thể vẽ gần đúng biểu đồ Bode biên độ bằng các đường tiệm cận như sau:

Nếu:

$$\omega < \frac{1}{T} \Leftrightarrow \omega T < 1, L(\omega) \approx -20lg\sqrt{1} = 0$$

do đó ta có thể vẽ gần đúng bằng đường thẳng nằm trên trục hoành (độ dốc bằng 0).

Nếu :

$$\omega > \frac{1}{T} \Leftrightarrow \omega T > 1, L(\omega) \approx -20lg\sqrt{\omega^2 T^2} = -20\text{lg}\omega T$$

do đó ta vẽ gần đúng bằng đường thẳng có độ dốc –20dB/dec.

Như phân tích ở trên, ta thấy tại tần số 1/T độ dốc của các đường tiệm cận thay đổi, biểu đồ Bode là một đường gấp khúc nên tần số 1/T gọi là tần số gãy của khâu quán tính bậc nhất. Thay giá trị ω vào biểu thức ta vẽ được biểu đồ Bode về pha. Để ý một số điểm đặc biệt như sau:

$$\omega \to 0: \qquad \varphi(\omega) \to 0$$

$$\omega = 1/T: \qquad \varphi(\omega) = -45°$$

$$\omega \to \infty: \qquad \varphi(\omega) \to -90°$$

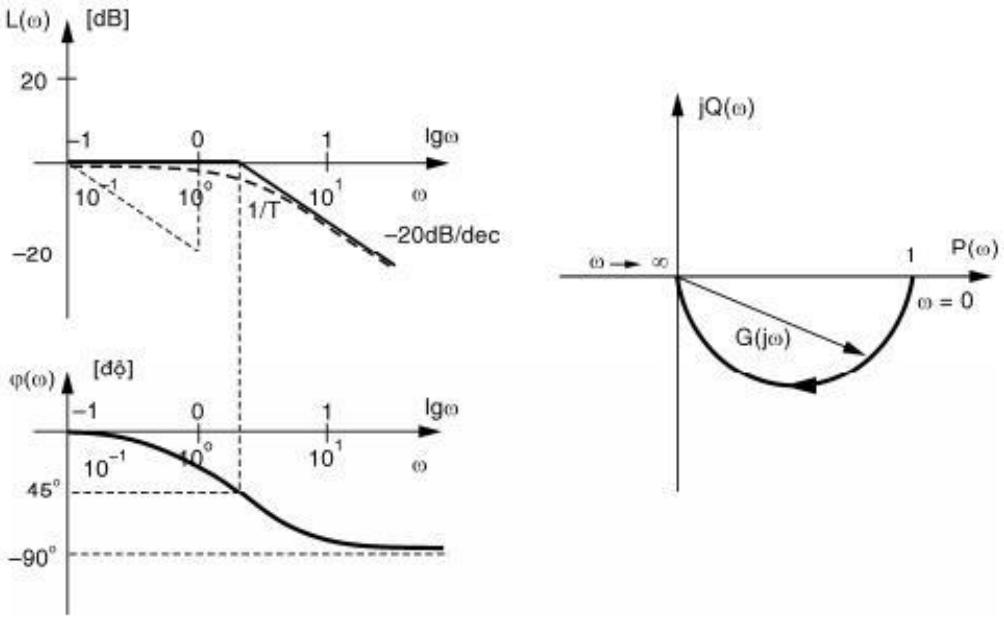
Hình 2.11a minh họa biểu đồ Bode của khâu quán tính bậc nhất. Đường cong đứt nét ở biểu đồ Bode biên độ chính là đường L(ω) vẽ chính xác. Sai lệch cực đại giữa đường cong vẽ chính xác và các đường tiệm cận xuất hiện tại tần số gãy, tại tần số này giá trị chính xác của L(ω) là $-20lg\sqrt{2}$ = -3dB, trong khi giá trị gần đúng là 0dB, sai lệch này khá bé có thể bỏ qua được. Do đó khi phân tích và thiết kế hệ thống tự động trong miền tần số ta có thể dùng biểu đồ Bode biên độ vẽ bằng các đường tiệm cận thay cho biểu đồ Bode biên độ vẽ chính xác.Để vẽ biểu đồ Nyquist ta có nhận xét sau:

$$\left[P(\omega) - \frac{1}{2}\right]^2 + Q^2(\omega) = \left[\frac{1}{1+T^2\omega^2} + \frac{1}{2}\right]^2 + \left[\frac{-T\omega}{1+T^2\omega^2}\right]^2 \qquad = \left[\frac{1-T^2\omega^2}{2(1+T^2\omega^2)}\right]^2 + \left[\frac{-T\omega}{1+T^2\omega^2}\right]^2$$

$$= \frac{1-2T^2\omega^2+T^4\omega^4}{4(1+T^2\omega^2)^2} + \frac{4T^2\omega^2}{4(1+T^2\omega^2)^2} = \frac{1}{4}$$

Điều này chứng tỏ biểu đồ Nyquist của khâu quán tính bậc nhất nằm trên đường tròn tâm $(\frac{1}{2}, 0)$, bán kính $\frac{1}{2}$

Do pha của G(jω) luôn âm khi ω thay đổi từ 0 đến +∞ nên biểu đồ Nyquist là nửa dưới của đường tròn



Hình 2.11 Đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất
a) Biểu đồ Bode; b) Biểu đồ Nyquist

2.4.5 Khâu vi phân bậc nhất

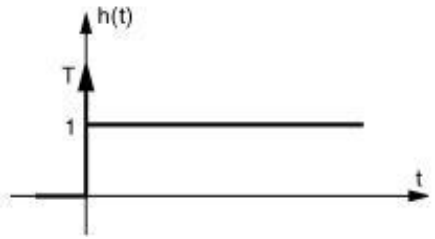
Hàm truyền: $G(s) = Ts + 1$ (2.22)

Đặc tính thời gian: $C(s) = R(s).G(s) = R(s).(Ts+1)$

Hàm quá độ: $$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{Ts+1}{s}\right\} = T\delta(t) + 1(t) \qquad (2.23)$$

Hàm trọng lượng: $$g(t) = \dot{h}(t) = T\dot{\delta}(t) + \delta(t) \qquad (2.24)$$

Hàm quá độ của khâu vi phân bậc nhất là tổ hợp tuyến tính của hàm xung đơn vị và hàm nấc đơn vị (hình 2.12). Ta thấy rằng khâu vi phân lý tưởng và vi phân bậc nhất có đặc điểm chung là giá trị hàm quá độ vô cùng lớn tại t = 0. Hàm trọng lượng là đạo hàm của hàm quá độ, chỉ có thể mô tả bằng biểu thức toán học ,không biểu diễn bằng đồ thị được.



Hình 2.12. Hàm quá độ của khâu vi phân bậc nhất

Đặc tính tần số:

$$G(j\omega) = Tj\omega + 1 \qquad (2.25)$$

Phần thực:

$$P(j\omega) = 1 \qquad (2.26)$$

Phần ảo:

$$Q(\omega) = T\omega \qquad (2.27)$$

Biên độ: $$M(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{1^2 + (T\omega)^2}$$

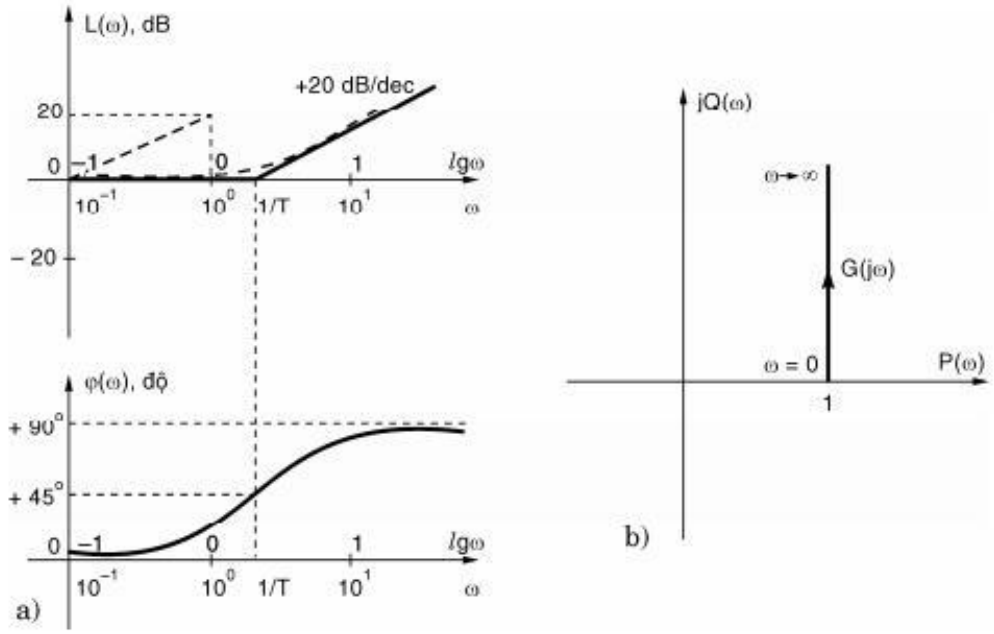
$$\Rightarrow L(\omega) = 20\lg M(\omega) = 20\lg\sqrt{1 + T^2\omega^2} \qquad (2.28)$$

Pha:

$$\varphi(\omega) = tg^{-1}\left[\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right] = tg^{-1}(T\omega) \qquad (2.29)$$

So sánh biểu thức (2.28) và (2.29) với (2.20) và (2.21) ta rút ra được kết luận: biểu đồ Bode của khâu vi phân bậc nhất và khâu quán tính bậc nhất đối xứng nhau qua trục hoành (hình 2.13a).

Do G(jω) có phần thực P(ω) luôn luôn bằng 1, phần ảo Q(ω) có giá trị dương tăng dần từ 0 đến +∞ khi thay đổi từ 0 đến +∞ nên biểu đồ Nyquist của khâu vi phân bậc nhất là nửa đường thẳng qua điểm có hoành độ bằng 1 và song song với trục tung như hình 2.13b.



Hình 2.13. Đặc tính tần số của khâu vi phân bậc nhất
a) Biểu đồ Bode; b) Biểu đồ Nyquist

2.4.6 Khâu dao động bậc hai

Hàm truyền : $$G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \qquad (2.30)$$

Đặc tính thời gian:

$$C(s) = R(s).G(s) = \frac{R(s)\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \text{ (với } \omega_n = \frac{1}{T}) \quad (2.31)$$

Hàm trọng lượng: $$g(t) = \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\right\}$$

$$\Rightarrow g(t) = \frac{\omega_n e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left[\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\right)t\right] \quad (2.32)$$

Hàm quá độ:

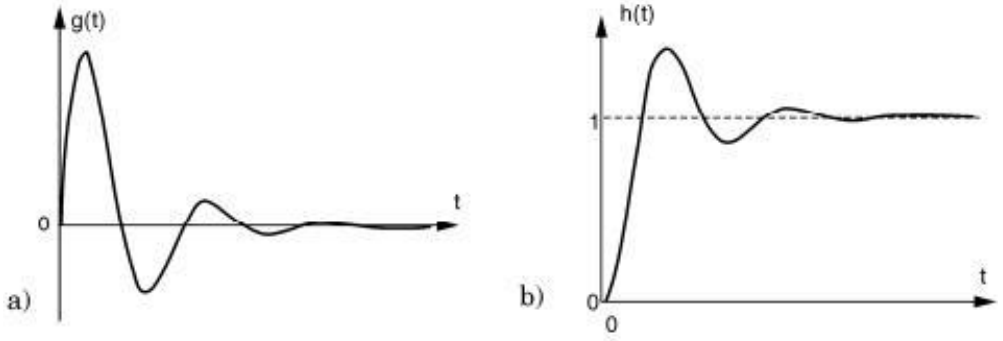
$$h(t) = \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} \times \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\right\}$$

$$\Rightarrow h(t) = 1 - \frac{\omega_n e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left[\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\right)t + \theta\right] \quad (2.33)$$

trong đó θ là góc lệch pha. Biểu thức cho thấy đặc tính thời gian của khâu dao động bậc hai có dạng dao động suy giảm, hàm trọng lượng là dao động suy giảm về 0, hàm quá độ là dao động suy giảm đến giá trị xác lập là 1 (hình 2.14).

- Nếu ξ=0 thì $h(t) = 1 - \sin(\omega_n t - 90^o)$, đáp ứng của hệ là dao động không suy giảm với tần số ω_n, do đó ω_n gọi là tần số dao động tự nhiên của khâu dao động bậc hai.

- Nếu 0 <ξ<1:
Đáp ứng của hệ là dao động với biên độ giảm dần, ξ càng lớn dao động suy giảm càng nhanh, do đó ξ gọi là hệ số tắt (hay hệ số suy giảm).



Hình 2.14. Đặc tính thời gian của khâu dao động bậc hai
a) Hàm trọng lượng; b) Hàm quá độ

Đặc tính tần số: $$G(j\omega) = \frac{1}{-T^2\omega^2 + 2\xi T j\omega + 1} \qquad (2.34)$$

Biên độ:

$$M(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}} \qquad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow L(\omega) &= 20\lg M(\omega) \\ &= -20\lg\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2} \end{aligned} \qquad (2.36)$$

Pha: $$\varphi(\omega) = tg^{-1}\left[\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right] = -tg^{-1}\left(\frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}\right) \qquad (2.37)$$

Biểu thức cho thấy biểu đồ Bode biên độ của khâu dao động bậc hai là một đường cong. Tương tự như đã làm đối với khâu quán tính bậc nhất, ta có thể vẽ gần đúng biểu đồ Bode biên độ bằng các đường tiệm cận như sau:

- Nếu: $\omega < 1/T \Leftrightarrow \omega T < 1$

Thì : $L(\omega) = -20\lg = 0$

do đó, ta có thể vẽ gần đúng bằng đường thẳng nằm trên trục hoành (độ dốc bằng 0).

- Nếu $\omega > 1/T \Leftrightarrow \omega T > 1$: $L(\omega) = -20\lg\sqrt{(-\omega^2T^2)^2} = -40\lg\omega T$

do đó ta vẽ gần đúng bằng đường thẳng có độ dốc –40dB/dec.

Ta thấy rằng tại tần số 1/T độ dốc của các đường tiệm cận thay đổi nên tần số 1/T gọi là tần số gãy của khâu dao động bậc hai.

Biểu đồ Bode về pha của khâu dao động bậc hai là một đường cong, để ý biểu thức (2.37) ta thấy biểu đồ Bode về pha có điểm đặc biệt sau đây:

$\omega \to 0$: $\varphi(\omega) \to 0$

$\omega = 1/T$: $\varphi(\omega) \to -90^o$

$\omega \to \infty$: $\varphi(\omega) \to -180^o$

Hình 2.15a minh họa biểu đồ Bode của khâu dao động bậc hai. Các đường cong ở biểu

đồ Bode biên độ chính là đường L(ω) vẽ chính xác. Biểu đồ Bode biên độ chính xác có đỉnh cộng hưởng

$$M_p = 1/(2\xi\sqrt{1-\xi^2})$$

tại tần số $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

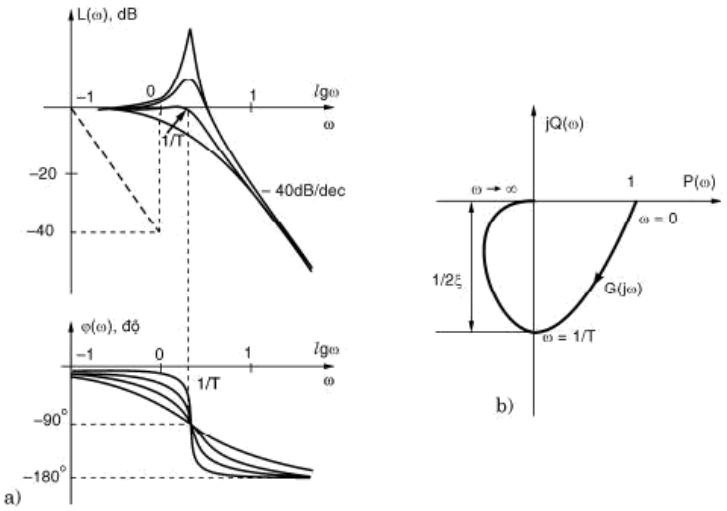
do đó dễ thấy rằng nếu ξ càng nhỏ thì đỉnh cộng hưởng càng cao. Khi ξ=0 thì tần số cộng hưởng tiến đến tần số dao động tự nhiên.

$$\omega_p \to \omega_n = 1/T.$$

Biểu đồ Nyquist của khâu dao động bậc hai có dạng đường cong như minh họa ở hình 2.15b. Khi ω =0 thì G(jω) có biên độ bằng 1, pha bằng 0; khi $\omega \to \infty$ thì G(jω) có biên độ bằng 0, pha bằng -180^0. Giao điểm của đường cong Nyquist với trục tung có

$$\angle G(j\omega) = -90^0$$

do đó tương ứng với tần số ω =1/T , thay ω =1/T vào biểu thức ta suy ra biên độ tại giao điểm với trục tung là 1/2ξ.



Hình 2.15 Đặc tính tần số của khâu dao động bậc hai
a) Biểu đồ Bode; b) Biểu đồ Nyquist

Câu hỏi ôn tập chương 2

1. Ý nghĩa của việc phân tích động học của các khâu cơ bản.
2. Đặc tính thời gian và tần số của khâu quán tính bậc 1.
3. Đặc tính thời gian và tần số của khâu dao động bậc 2.

CHƯƠNG 3: KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

3.1 Khái niệm chung

3.1.1 Định nghĩa

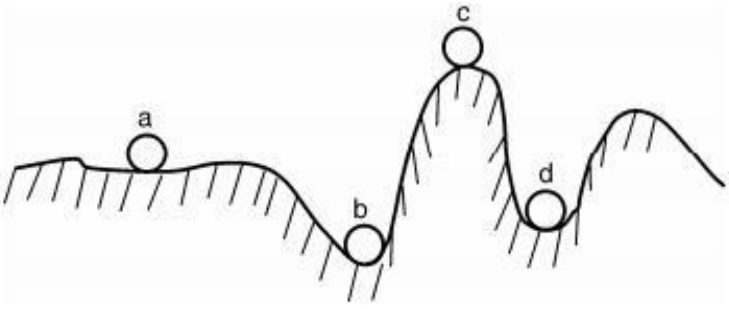
Hệ thống được gọi là ở trạng thái ổn định, nếu với tín hiệu vào bị chặn thì đáp ứng của hệ cũng bị chặn (Bounded Input Bounded Output = BIBO).

Yêu cầu đầu tiên đối với một hệ thống ĐKTĐ là hệ thống phải giữ được trạng thái ổn định khi chịu tác động của tín hiệu vào và chịu ảnh hưởng của nhiễu lên hệ thống.

Hệ phi tuyến có thể ổn định trong phạm vị hẹp khi độ lệch ban đầu là nhỏ và không ổn định trong phạm vị rộng nếu độ lệch ban đầu là lớn.

Đối với hệ tuyến tính đặc tính của quá trình quá độ không phụ thuộc vào giá trị tác động kích thích. Tính ổn định của hệ tuyến tính không phụ thuộc vào thể loại và giá trị của tín hiệu vào và trong hệ tuyến tính chỉ tồn tại một trạng thái cân bằng.

Phân biệt ba trạng thái cân bằng: Biên giới ổn định, ổn định và không ổn định. Trên hình 3.1 nếu thay đổi nhỏ trạng thái cân bằng của quả cầu, chẳng hạn cho nó một vận tốc ban đầu đủ bé thì quả cầu sẽ tiến tới một trạng thái cân bằng mới (Hình 3.1a), hoặc sẽ dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 3.1b và d), hoặc sẽ không trở về trạng thái ban đầu (Hình 3.1c). Trong trường hợp đầu, ta có vị trí cân bằng ở biên giới ổn định, trường hợp sau là ổn định và trường hợp thứ ba là không ổn định. Cũng ở vị trí b và d trên hình 3.1, nếu quả cầu với độ lệch ban đầu là lớn thì cũng sẽ không trở về trạng thái cân bằng ban đầu được - Hai trạng thái b và d của quả cầu chỉ ổn định trong phạm vị hẹp mà không ổn định trong phạm vi rộng.



Hình 3.1 Minh họa trạng thái ổn định

Trong trường hợp này việc khảo sát tính ổn định được giới hạn cho các hệ tuyến tính bất biến theo thời gian. Đó là những hệ thống được mô tả bằng phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng và có thể áp dụng được nguyên lý xếp chồng.

3.1.2 Ổn định của hệ tuyến tính

Một hệ thống ĐKTĐ được biểu diễn bằng một phương trình vi phân dạng tổng quát:

$$a_0\frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1\frac{d^{n-1}c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_n c(t) = b_0\frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1\frac{d^{m-1}r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_m r(t) \quad (3.1)$$

Phương trình ứng với tín hiệu vào hệ thống là r(t) và tín hiệu ra c(t). Hàm truyền đạt của hệ thống được mô tả bằng (4.1) có dạng:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (3.2)$$

Nghiệm của (3.1) gồm hai thành phần:

$$c(t) = c_0(t) + c_{qđ}(t) \quad (3.3)$$

trong đó:

$c_0(t)$ - là nghiệm riêng của (3.1) có vế phải, đặc trưng cho quá trình xác lập.

$c_{qđ}(t)$ - là nghiệm tổng quát của (3.1) không có vế phải, đặc trưng cho quá trình quá độ.

Dạng nghiệm tổng quát đặc trưng cho quá trình quá độ trong hệ thống:

$$c_{qđ} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i e^{p_i t} \quad (3.4)$$

trong đó p_i là nghiệm của phương trình đặc tính:

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n = 0 \quad (3.5)$$

p_i có thể là nghiệm thực cũng có thể là nghiệm phức liên hợp và được gọi là nghiệm cực của hệ thống. Đa thức mẫu số hàm truyền đạt là A(s) bậc n do đó hệ thống có n nghiệm cực p_i (Pole), i = 1, 2,..., n .

Zero là nghiệm của phương trình B(s) = 0. Tử số hàm truyền đạt G(s) là đa thức bậc m (m< n) nên hệ thống có m nghiệm zero – z_j với j = 1, 2,..., m

Hệ thống ổn định nếu:

$$\lim_{t\to\infty} c_{q\text{đ}}(t) = 0 \qquad (3.6)$$

Hệ thống không ổn định nếu:

$$\lim_{t\to\infty} c_{q\text{đ}}(t) = \infty \qquad (3.7)$$

Trong phương trình (3.4) hệ số λ_i là hằng số phụ thuộc vào thông số của hệ và trạng thái ban đầu.

Nghiệm cực p_i được viết dưới dạng: $p_i = \alpha_i \pm j\beta_i$ (3.8)

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_i e^{p_i t} = \begin{cases} 0 & \text{Nếu } \alpha_i < 0 \quad \text{Hệ ổn định} \\ 2Me^{\alpha_i t}\cos(\beta_i t + \varphi_i) & \text{Nếu pi là nghiệm phức} \\ \lambda_i & \text{Nếu pi là nghiệm thực (hệ ở biên giới ổn định)} \\ \infty & \text{Hệ không ổn định} \end{cases}$$

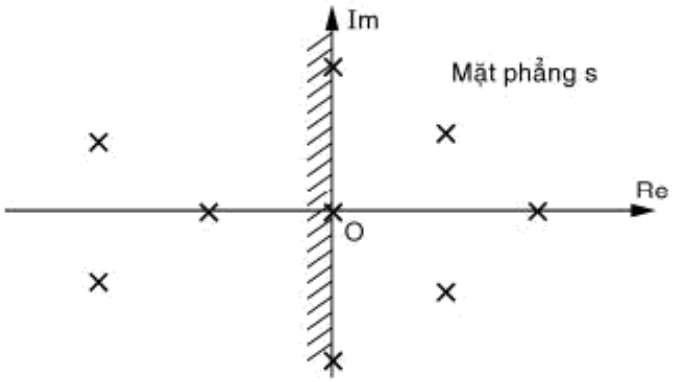
Phân biệt ba trường hợp phân bố cực trên mặt phẳng phức số.

1- Phần thực của nghiệm cực dương $\alpha_i > 0$

2- Phần thực của nghiệm cực bằng không $\alpha_i = 0$

3- Phần thực của nghiệm cực âm $\alpha_i < 0$

Ổn định của hệ thống chỉ phụ thuộc vào nghiệm cực mà không phụ thuộc vào nghiệm zero, do đó mẫu số hàm truyền đạt là A(s) = 0 được gọi là phương trình đặc tính hay phương trình đặc trưng của hệ thống.



Hình 3.2 Phân bố cực trên mặt phẳng s

Kết luận:

1- Hệ thống ổn định nếu tất cả nghiệm của phương trình đặc tính đều có phần thực âm: $Re\{p_i\} < 0$, $\alpha_i < 0$ các nghiệm nằm bên trái mặt phẳng phức:

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n = 0 \qquad (3.9)$$

2- Hệ thống không ổn định nếu có dù chỉ là một nghiệm phương trình đặc tính (3.9) có phần thực dương (một nghiệm phải) còn lại là các nghiệm đều có phần thực âm (nghiệm trái).

3- Hệ thống ở biên giới ổn định nếu có dù chỉ là một nghiệm có phần thực bằng không còn lại là các nghiệm có phần thực âm (một nghiệm hoặc một cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên trục ảo). Vùng ổn định của hệ thống là nửa trái mặt phẳng phức số S.

Đáp ứng quá độ có thể dao động hoặc không dao động tương ứng với nghiệm của phương trình đặc tính là nghiệm phức hay nghiệm thực.

Tất cả các phương pháp khảo sát ổn định đều xét đến phương trình đặc tính (3.9) theo một cách nào đó. Tổng quát, ba cách đánh giá sau đây thường được dùng để xét ổn định:

1- Tiêu chuẩn ổn định đại số Routh - Hurwitz

2- Tiêu chuẩn ổn định tần số Mikhailov - Nyquist - Bode

3- Phương pháp chia miền ổn định và phương pháp quỹ đạo nghiệm số.

3.2 Tiêu chuẩn ổn định đại số

3.2.1 Điều kiện cần

Điều kiện cần để hệ thống ổn định là tất cả các hệ số của phương trình đặc trưng phải khác 0 và cùng dấu.
Ví dụ: Hệ thống có phương trình đặc trưng:

$s^3+3s^2 - 2s +1=0$ không ổng định

$s^4 + 2s^2 +5s +3 = 0$ không ổn định

$s^4 +4s^2 +5s^2 +2s +1 = 0$ chưa kết luận được

3.2.2 Tiêu chuẩn ổn định Routh

Cho hệ thống có phương trình đặc trưng

$$a_0s^n + a_1s^{n-1} +\ldots+ a_n =0$$

Muốn xét tính ổn định của hệ thống theo tiêu chuẩn Routh, trước tiên ta thành lập bảng Routh theo qui tắc:
- Bảng Routh có n+1 hàng.

- Hàng 1 của bảng Routh gồm các hệ số có chỉ số chẵn.

- Hàng 2 của bảng Routh gồm các hệ số có chỉ số lẻ.

- Phần tử ở hàng i cột j của bảng Routh (i = 3) được tính theo công thức:

$$c_{ij} = c_{i-2,j+1} - \alpha_i.c_{i-1,j+1} \quad \text{với } \alpha_i = \frac{c_{i-2,1}}{c_{i-1,1}}$$

	s^n	$c_{11} = a_0$	$c_{12} = a_2$	$c_{13} = a_4$	$c_{14} = a_6$	-
	s^{n-1}	$c_{21} = a_1$	$c_{22} = a_3$	$c_{23} = a_5$	$c_{24} = a_7$	-
$\alpha_3 = \frac{c_{11}}{c_{21}}$	s^{n-2}	$c_{31}=c_{12}-\alpha_3 c_{22}$	$c_{32}=c_{13}-\alpha_3 c_{23}$	$c_{33}=c_{14}-\alpha_3 c_{24}$	$c_{34}=c_{15}-\alpha_3 c_{25}$	-
$\alpha_4 = \frac{c_{21}}{c_{31}}$	s^{n-3}	$c_{41}=c_{22}-\alpha_4 c_{32}$	$c_{42}=c_{23}-\alpha_4 c_{33}$	$c_{43}=c_{24}-\alpha_4 c_{34}$	$c_{44}=c_{25}-\alpha_4 c_{35}$	
	-	-	-	-	-	
$\alpha_n = \frac{c_{n-2,1}}{c_{n-1,1}}$	s^0	$c_{n1}=c_{n-2,2}-\alpha_n c_{n-1,2}$				-

Phát biểu tiêu chuẩn Routh:

Điều kiện cần và đủ để tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng nằm bên trái mặt phẳng phức là tất cả các phần tử nằm ở cột 1 của bảng Routh đều dương. Số lần đổi dấu của các phần tử ở cột 1 của bảng Routh bằng số nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức.

Ví dụ 3.1 : Hãy xét tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng là:

$$s^4 + 4s^3 + 5s^2 + 2s + 1 = 0$$

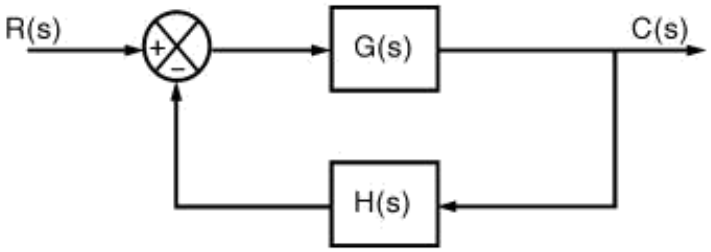
Giải:

Bảng Routh:

	S^4	1	5	1
	S^3	4	2	0
$\alpha_3 = \frac{1}{4}$	S^2	$5 - \frac{1}{4}.2 = \frac{9}{2}$	1	
$\alpha_3 = \frac{8}{9}$	S^1	$2 - \frac{8}{9}.1 = \frac{10}{9}$	0	
$\alpha_3 = \frac{81}{20}$	S^0	1		

Vì tất cả các phần tử ở cột 1 bảng Routh đều dương nên tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm bên trái mặt phẳng phức, do đó hệ thống ổn định.

Ví dụ 3.2: Hãy xét tính ổn định của hệ thống tự động có sơ đồ khối như sau:



Hình 3.3: Sơ đồ khối hệ thống tự động ví dụ 3.2

$$G(s) = \frac{50}{s(s+3)(s^2+s+5)} \qquad H(s) = \frac{1}{s+2}$$

Giải. Phương trình đặc trưng của hệ thống là

$$1+G(s).H(s) =0$$

$$1+\frac{50}{s(s+3)(s^2+s+5)}.\frac{1}{s+2}=0$$

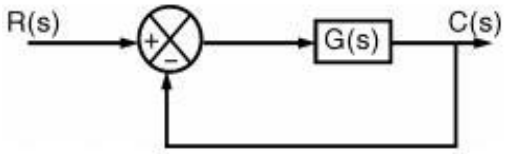
$$\Leftrightarrow 5s^2+6s^4+16s^3+31s^2+30s+50=0$$

Bảng Routh

	s^5	1	16	30
	s^4	6	31	50
$\alpha_3=\frac{1}{6}$	s^3	$16-\frac{1}{6}\cdot 31=10,83$	$30-\frac{1}{6}\cdot 50=21,67$	0
$\alpha_4=\frac{6}{10,83}$	s^2	$31-\frac{6}{10,83}\times 21,67=18,99$	50	
$\alpha_5=\frac{10,83}{18,99}$	s^1	$21,67-\frac{10,83}{18,99}\times 50=-6,84$	0	
	s^0	50		

Vì các phần tử ở cột 1 bảng Routh đổi dấu hai lần nên phương trình đặc tính đều có hai nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức, do đó hệ thống không ổn định.

Ví dụ 3.3: Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau



$$G(s)=\frac{K}{s(s^2+s+1)(s+2)}$$

Hình 3.4: Sơ đồ khối hệ thống tự động

Xác định điều kiện của K để hệ thống ổn định.

Giải. Phương trình đặc tính

$$1+G(s) = 0$$

$$1+\frac{K}{s(s^2+s+1)}.\frac{1}{s+2}=0$$

$$\Leftrightarrow s^4+3s^3+3s^2+2s+K=0$$

Bảng Routh:

	S^4	1	3	K
	S^3	3	2	0
$\alpha_3 = \frac{1}{3}$	S^2	$3 - \frac{1}{3}.2 = \frac{7}{3}$	K	
$\alpha_3 = \frac{9}{7}$	S^1	$2 - \frac{9}{7}.K$	0	
	S^0	K		

Điều kiện để hệ thống ổn định:

$$2 = \frac{9}{7}K > 0 \quad \text{và} \quad K > 0$$

Suy ra:

$$0 < K < \frac{14}{9}$$

3.2.3 Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz

Cho hệ thống có phương trình đặc trưng:

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

Muốn xét tính ổn định của hệ thống theo tiêu chuẩn Hurwitz, trước tiên ta thành lập ma trận Hurwitz theo qui tắc:

- Ma trận Hurwitz là ma trận vuông cấp n×n.

- Đường chéo của ma trận Hurwitz là các hệ số từ a_1 đến a_n .

- Hàng lẻ của ma trận Hurwitz gồm các hệ số có chỉ số lẻ theo thứ tự tăng dần nếu ở bên phải đường chéo và giảm dần nếu ở bên trái đường chéo.

- Hàng chẵn của ma trận Hurwitz gồm các hệ số có chỉ số chẵn theo thứ tự tăng dần nếu ở bên phải đường chéo và giảm dần nếu ở bên trái đường chéo.

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \ldots & 0 \\ a_o & a_2 & a_4 & a_6 & \ldots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 \\ 0 & a_o & a_2 & a_4 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & a_n \end{bmatrix}$$

Phát biểu tiêu chuẩn Hurwitz.

Điều kiện cần và đủ để hệ thống ổn định là tất cả các định thức con chứa đường chéo của ma trận Hurwitz đều dương,

Ví dụ 3.6: Cho hệ thống tự động có phương trình đặc trưng là

$$s^3 + 4s^2 + 3s + 2 = 0$$

Hỏi hệ thống có ổn định không?

Giải. Ma trận Hurwitz

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_o & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Các định thức:

$$\Delta_1 = a_1 = 1$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_o & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4 \times 3 - 1 \times 2 = 10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_o & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = 2 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20$$

Vì tất cả các định thức con chứa đường chéo của ma trận Hurwitz đều dương nên hệ thống ổn định.

Câu hỏi ôn tập chương 3

1. Thế nào là một hệ thống ổn định?
2. Các tiêu chuẩn ổn định? Vì sao phải dùng nhiều tiêu chuẩn ổn định?
3. Ý nghĩa của việc phân tích ổn định trong thiết kế hệ thống tự động?