CHƯƠNG 4

ĐỘNG LỰC HỌC LƯU CHẤT

V PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHO CHẤT LỎNG LÝ TƯỞNG CHUYỂN ĐỘNG (P.Tr EULER)

$$\vec{F}-\frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p)=\frac{d\vec{u}}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{du_x}{dt}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z} & (1)\\ F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{du_y}{dt}=\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z} & (2)\\ F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{du_z}{dt}=\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} & (3)\end{cases}$$

$\pm u_y\frac{\partial u_y}{\partial x}$ và $\pm u_z\frac{\partial u_z}{\partial x}$

➤**Dạng Lamb-Gromeco của phương trình Euler:**

Sau khi sắp xếp, trên phương x ta được:

$$F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u_x^2}{2}+\frac{u_y^2}{2}+\frac{u_z^2}{2}\right)+u_z\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)-u_y\left(\frac{\partial u_y}{\partial x}-\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$$

$$=\frac{\partial u_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)+u_z rot(u)_y-u_y rot(u)_z$$

Ta biến đổi tương tự cho p.tr (2) và (3).

Cuối cùng ta được **Dạng Lamb-Gromeco của phương trình Euler:**

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{\text{grad}p} = \frac{\partial u}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{u^2}{2}\right) + \text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u}$$

$$\left|\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u}\right| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \text{rot}(u)_x & \text{rot}(u)_y & \text{rot}(u)_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} (\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u})_x = u_z\text{rot}(u)_y - u_y\text{rot}(u)_z \\ (\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u})_y = u_x\text{rot}(u)_z - u_z\text{rot}(u)_x \\ (\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u})_z = u_y\text{rot}(u)_x - u_x\text{rot}(u)_y \end{cases}$$

II TÍCH PHÂN P. TR. LAMB-GROMECO→ PHƯƠNG TRÌNH BERNOULLI

$$\left\{\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right) + u_z\text{rot}(u)_y - u_y\text{rot}(u)_z \times dx \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right) + u_x\text{rot}(u)_z - u_z\text{rot}(u)_x \times dy \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right) + u_y\text{rot}(u)_x - u_x\text{rot}(u)_y \times dz \end{aligned}\right\} +$$

•**Đối với dòng ổn định, lưu chất nằm trong trường trọng lực, không nén được:**

$$-d\left(gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) = \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \text{rot}(u)_x & \text{rot}(u)_y & \text{rot}(u)_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}$$

Trong một số các trường hợp cụ thể sau, ta có tích phân phương trình trên với vế phải = 0 ⇒P. tr. Bernoulli

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = C \qquad \text{hay} \qquad z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = C$$

➤***Lưu chất chuyển động thế toàn miền***: rot(u)=0 :(C là hằng số cho toàn miền)

➤***Tích phân dọc theo đường dòng*** (C là hằng số trên đường dòng)

➤***Tích phân dọc theo đường xoáy*** (C là hằng số trên đường xoáy).

➤***Tích phân dọc theo đường xoắn ốc*** (C là hằng số trên đường xoắn ốc)

•Trong trường hợp dòng chảy lưu chất không nén được, ổn định với rot(u)≠0, xét trên phương pháp tuyến n với đường dòng:

Nếu lực khối là một hàm có thế, ta đưa hàm thế π vào với định nghĩa sau:

$$F_x = -\frac{\partial \pi}{\partial x}; F_y = -\frac{\partial \pi}{\partial y}; F_z = -\frac{\partial \pi}{\partial z} \quad \text{hay} \quad \vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\pi$$

Viết lại phương trình vi phân dạng Lamb-Gromeco:

$$-\overrightarrow{\text{grad}}\pi - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{\text{grad}}p = \frac{\partial u}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{u^2}{2}\right) + \text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u}$$

Trên phương pháp tuyến n với đường dòng (ngược chiều với phương bán kính r):

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\pi + \frac{p}{\rho}\right) = -\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{u^2}{2}\right) - 2|\omega|.|u|.|\sin(\omega, u)|$$
$$= -u\omega\frac{\partial r}{\partial n} - 2\frac{u^2}{r} = \frac{u^2}{r} - 2\frac{u^2}{r} = -\frac{u^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}\left(\pi + \frac{p}{\rho}\right) = \frac{u^2}{r}$$

Nếu lưu chất chịu tác dụng của lực trọng trường: $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}\left(gz + \frac{p}{\rho}\right) = \frac{u^2}{r}$

Nhận xét:

➢***Theo phương r (hướng từ tâm quay ra):*** *r càng lớn,* → $z + \frac{p}{\gamma}$ *càng lớn*

➢***Khi r→∞:*** $z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$ → *áp suất phân bố trên mặt cắt ướt theo quy luật thủy tĩnh (khi ấy các đường dòng song song và thẳng, m/c ướt là mặt phẳng) - đây là trường hợp chất lỏng chuyển động đều hoặc biến đổi dần*

•Ý nghĩa năng lượng của phương trình Bernoulli:

$z + \frac{p}{\gamma}$ **:** là thế năng của một đơn vị trọng lượng lưu chất (bao gồm vị năng đơn vị z và áp năng đơn vị p/γ).

$\frac{u^2}{2g}$: là động năng của một đơn vị trọng lượng lưu chất.

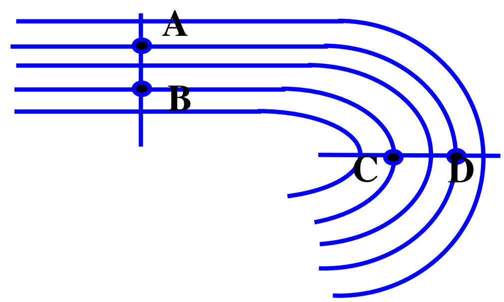
Bình luận: Dòng chảy với các đường dòng như hình vẽ, ta có:

a) $z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_D + \frac{p_D}{\gamma}$

b) $z_C + \frac{p_C}{\gamma} = z_D + \frac{p_D}{\gamma}$

c) $z_C + \frac{p_C}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$

d) $z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$



Câu nào đúng?

III. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHO CHẤT LỎNG THỰC CHUYỂN ĐỘNG (P.Tr Navier-Stokes)

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) + \nu\nabla^2\vec{u} + \frac{1}{3}\nu\overrightarrow{grad}(div(\vec{u}) = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

Tích phân phương trình Navier-Stokes cho toàn dòng chảy, ta được phương trình Bernoulli viết cho toàn dòng chất lỏng thực không nén được chuyển động ổn định. Đây là một dạng của phương trình năng lượng, mà ta chứng minh được bằng pp TTKS trong chương động học:

IV. PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_W (e_u + \frac{1}{2}u^2 + gz + \frac{p}{\rho})\rho dw + \iint_A (e_u + \frac{1}{2}u^2 + gz + \frac{p}{\rho})\rho u_n dA$$

Đây chính là phương trình năng lượng cho dòng chất lỏng không ổn định có khối lượng riêng ρ thay đổi.

1. Đối với dòng ổn định, không có sự trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài:

$$-\frac{dW}{dt}=\iint_A (e_u+\frac{1}{2}u^2+gz+\frac{p}{\rho})\rho u_n dA$$

chú ý rằng:

Z = z+p/γ là thế năng đơn vị

$$\Rightarrow \iint_A e_u \rho u_n dA+\frac{dW}{dt}=-\iint_A (\frac{1}{2}u^2+gZ)\rho u_n dA$$

Nhận xét thấy: $\iint_A e_u \rho u_n dA+\frac{dW}{dt}$ là phần biến đổi năng lượng do chuyển động của các phần tử bên trong khối lưu chất gây ra và do ma sát của khối lưu chất với bên ngoài. Đại lượng này khó xác định được bằng lý thuyết, thông thường, nó được tính từ thực nghiệm, tuỳ theo trường hợp cụ thể. Ta đặt:

$$\iint_A e_u u_n dA+\frac{dW}{dt}=\rho g h_f Q$$

đây chính là năng lượng bị mất đi của lưu chất qua thể tích W trong một đơn vị thời gian.

h_f là mất năng trung bình của một đơn vị trọng lượng lưu chất.

$$\Rightarrow \gamma Q h_f=-\iint_A (\frac{1}{2}u^2+gZ)\rho u_n dA$$

❖*Nếu xét cho một đoạn dòng chảy vào mặt cắt 1-1 và ra tại m/c 2-2 (ρ=const)*

$$\rho g h_f Q=-\left(\iint_{A2}(\frac{1}{2}u^2+gZ)\rho u_{2n}dA-\iint_{A1}(\frac{1}{2}u^2+gZ)\rho u_{1n}dA\right)$$

Ta tính riêng các tích phân:

- ***Nếu trên m/c ướt A, áp suất phân bố theo quy luật thủy tĩnh.*** → $\iint_A (gZ)\rho dQ=gZ\rho Q=(gz+\frac{p}{\rho})\rho Q$
- ***Tích phân thành phần động năng:.*** → $\iint_A \frac{1}{2}u^2\rho u_n dA=ĐN_{thật}>\frac{1}{2}V^2\rho Q=ĐN_V$

Đưa vào hệ số hiệu chỉnh động năng α: $\iint_A \frac{1}{2}u^2\rho u_n dA=ĐN_{thật}=\frac{1}{2}\alpha V^2\rho Q=\alpha ĐN_V$

với $\alpha_{tầng}=2$; $\alpha_{rối}=1,05-1,1$

Như vậy: $$\rho g h_f Q=(\frac{1}{2}\alpha_1 V_1^2+gZ_1)\rho Q-(\frac{1}{2}\alpha_2 V_2^2+gZ_2)\rho Q$$

hay: $$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_{f1-2}$$

Đây chính là ph.tr. năng lượng cho ***toàn dòng chảy ổn định chất lỏng thực không nén được nằm trong trường trọng lực từ m/c/1 tới m/c 2*** *(không có nhập hoặc tách lưu)*

❖*Nếu dòng chảy có nhập hoặc tách lưu (ρ=const)*

$$\sum_{i\text{vào}} \left(\frac{1}{2}\alpha_i V_i^2 + gZ_i\right)\rho Q_i - \sum_{j\text{ra}} \left(\frac{1}{2}\alpha_j V_j^2 + gZ_j\right)\rho Q_j = \sum H_f$$

ΣH_f là tổng năng lượng dòng chảy bị mất đi khi chảy từ các m/c vào đến các m/c ra (trong 1 đ.vị thời gian).

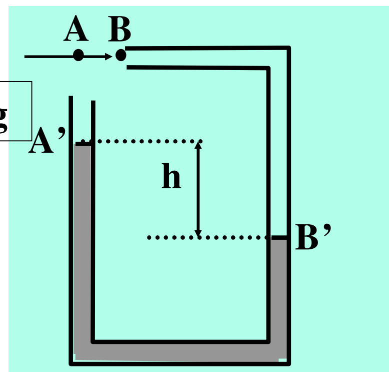
2. Trong trường hợp dòng chảy có sự trao đổi năng lượng với bên ngoài (được bơm cung cấp năng lượng H_b ; hay dòng chảy cung cấp năng lượng Ht cho turbine), thì ph. tr trên có dạng tổng quát hơn:

$$H_B + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = H_T + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{f1-2}$$

H_b là năng lượng do bơm cung cấp cho một đơn vị trọng lượng dòng chảy khi dòng chảy qua bơm - Ta gọi là cột áp bơm .

H_t là năng lượng mà một đơn vị trọng lượng dòng chảy cung cấp cho turbine khi qua turbine.

V. ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG



Ví dụ 1: Đo **lưu tốc điểm của dòng khí bằng ống Pito vòng**

Áp dụng ph.tr Bernoulli trên đường dòng từ A tới B (bỏ qua mất năng):

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma_k} + \frac{u_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma_k} + \frac{u_B^2}{2g}$$

với u_B=0, suy ra: $\frac{u_A^2}{2g} = \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma_k}\right) - \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma_k}\right)$

Áp dụng phương trình thuỷ tĩnh lần lượt cho các cặp điểm AA’ (trong môi trường khí), A’B’ (trong môi trường lỏng); BB’ (trong môi trường khí) ta có:

$$\left.\begin{aligned}\left(z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma_k}\right) &= \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma_k}\right)\\ \left(z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma_k}\right) &= \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma_k}\right)\end{aligned}\right\}$$

Suy ra

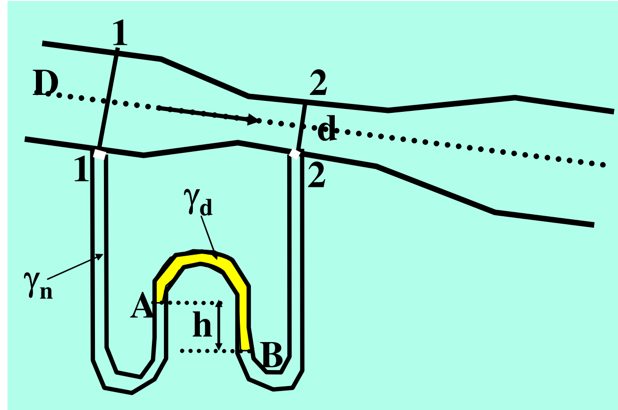
$$\left(z_B + \frac{p_B}{\gamma_k}\right) - \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma_k}\right) = (z_{B'} - z_{A'}) + \frac{p_{B'} - p_{A'}}{\gamma_k}$$

$$= -h + \frac{\gamma_l h}{\gamma_k} = h\left(\frac{\gamma_l}{\gamma_k} - 1\right)$$

Như vậy:

$$u_A = \sqrt{2gh\left(\frac{\gamma_l}{\gamma_k} - 1\right)}$$

Ví dụ 2: Đo **Lưu lượng qua ống Ventury**



Áp dụng p. tr năng lượng cho dòng chảy từ m/c 1-1 đến 2-2 (bỏ qua mất năng):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_n} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_n} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$$

($\alpha 1,\alpha 2=1$): Suy ra:

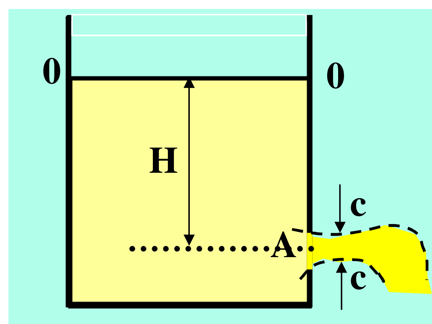
$$\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right) = \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma_n}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma_n}\right)$$

Hay:

$$Q = \sqrt{\left(\frac{A_2^2 A_1^2}{A_1^2 - A_2^2}\right)}\sqrt{2gh\left(1 - \frac{\gamma_d}{\gamma_n}\right)}$$

Lưu lượng **Q ở trên tính được không kể tới tổn thất năng lượng**,
Thực tế lưu lượng **$Q_{thực}$ nhỏ hơn**, nên cần hiệu chỉnh lại lưu lượng sau khi tính $Q_{tính}$ Hiệu chỉnh bằng công thức trên như sau: **$Q_{thực} = CQ_{tính}$**
với C<1 là hệ số hiệu chỉnh Ventury (do mất năng sinh ra).

Ví dụ 3: **Dòng chảy ổn định qua lỗ thành mỏng:**



$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} + h_f$$

Năng lượng của dòng chảy từ bình ra ngoài chủ yếu bị mất đi là do co hẹp khi qua lỗ, đây là loại mất năng cục bộ, nó tỷ lệ với V_c^2 tại mặt cắt co hẹp c-c (học trong chương đường ống). Ta có thể viết lại:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} + \xi\frac{V_c^2}{2g}$$

$V_0=0$, $p_0=0$; Suy ra:

$$V_c = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha + \xi}\right)}\sqrt{2gH} = C_V\sqrt{2gH}$$

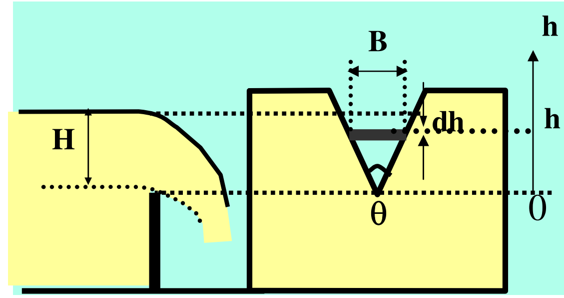
với **$C_V < 1$ gọi là hệ số lưu tốc.**

Lưu lượng:

$$Q = A_c V_c = A_c\sqrt{\left(\frac{1}{\alpha+\xi}\right)}\sqrt{2gH} = A_c C_V\sqrt{2gH} = \varepsilon C_V A\sqrt{2gH} = C_d A\sqrt{2gH}$$

Với **A là diện tích lỗ tháo, ε là hệ số co hẹp,**
C_d ($<C_V$) là hệ số lưu lượng

Ví dụ 4: Dòng chảy ổn định qua đập tràn thành mỏng:



Xem dòng chảy là tập hợp của những dòng chảy qua lỗ thành mỏng có bề rộng B, cao dh nằm ở toạ độ h trên trục toạ độ Oh như hình vẽ.

Lưu lượng qua lỗ tháo:

$$dQ = C_d B dh\sqrt{2g(H-h)} = C_d 2tg\left(\frac{\theta}{2}\right)(h)\sqrt{2g(H-h)}dh$$

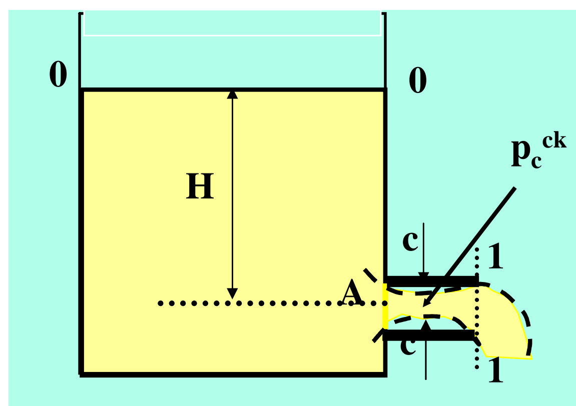
$$Q = \int_0^H C_d 2tg\left(\frac{\theta}{2}\right)(h)\sqrt{2g(H-h)}dh$$

Để lấy tích phân trên ta đặt: $u = h; \quad dv = \sqrt{(H-h)}dh$

Kết quả cho:

$$Q = C_d \frac{8}{15} tg\left(\frac{\theta}{2}\right) H^2\sqrt{2gH}$$

Ví dụ 5: Dòng chảy qua vòi lắp ngoài:



$$z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}$$

suy ra:

$$\frac{p_c}{\gamma} = \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} < 0$$

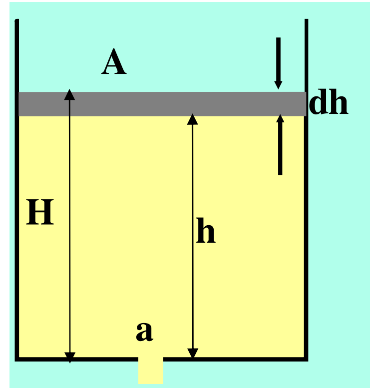
Giả sử vòi có đường kính d bằng lỗ thành mỏng, và hệ số co hẹp cả hai trường hợp như nhau. Ta chứng minh được vận tốc V_c qua vòi lớn hơn qua lỗ, vì tại m/c c-c trong vòi áp suất là áp suất chân không, nên:

$$V_{cvòi} = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha_c+\xi}\right)}\sqrt{2g\left(H-\frac{p_c}{\gamma}\right)} = C_V\sqrt{2g\left(H-\frac{p_c}{\gamma}\right)} > V_{clỗ}$$

Như vậy, ***lưu lượng qua vòi lớn hơn lưu lượng qua lỗ thành mỏng*** và bằng: (viết phương trình năng lượng cho dòng chảy từ m/c 0-0 đến 1-1 để tìm ra vận tốc 1 tại mặt cắt ra 1-1).trong trường hợp này :$C_d = C_V$:

$$Q = C_V A\sqrt{2gH} = C_d A\sqrt{2gH}$$

Ví dụ 6: Dòng chảy không ổn định ra ngoài bình:



$$Q = C_d a\sqrt{2gh}$$

trong đó h giảm theo thời gian

Sau thời gian dt, thể tích trong bình giảm:

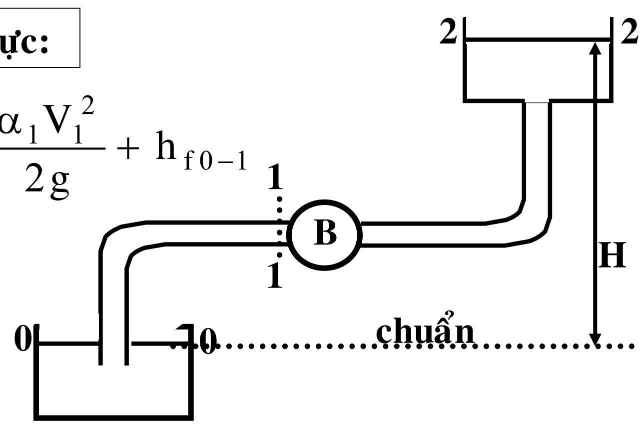
$$dW = -Adh = Qdt = C_d a\sqrt{2gh}\,dt$$

$$dt = -\frac{A}{C_d a\sqrt{2gh}}dh$$

Vậy thời gian để nước chảy hết bình là:

$$T = -\int_H^0 \frac{A}{C_d a\sqrt{2gh}}dh = -\frac{A}{C_d a\sqrt{2g}}2\sqrt{h}\Big|_H^0 = \frac{A}{C_d a\sqrt{2g}}2\sqrt{H}$$

Ví dụ 7a: Dòng chảy qua máy thủy lực:



$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_{f0-1}$$

$p_0=0$; $V_0=0$; $z_0=0$

Suy ra tại mặt cắt 1-1 trước bơm có áp suất chân không:

$$\frac{p_1}{\gamma} = -(z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_f) < 0$$

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{f0-2}$$

Suy ra: $H_B = H + h_{f0-2}$

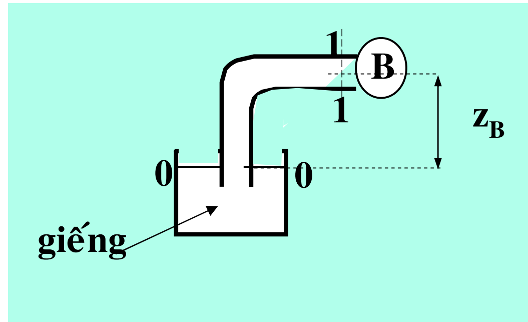
Công suất hữu ích của bơm: $N = \gamma Q H_B$

Hiệu suất bơm: $\eta = \dfrac{\gamma Q H_B}{N_{truc}}$

Ví dụ 7b

Bơm hút nước từ giếng lên như hình vẽ.Biết lưu lượng Q=30 lít/s, đường kính ống hút D=0,12m.Tại chỗ uống con có hệ số tổn thất là ξ=0,5. Chiều dài đường ống hút L = 5m. Ống có hệ số ma sát đường dài là λ=0,02. Nếu nước có nhiệt độ là 20^0C và bỏ qua tổn thất cục bộ vào miệng ống. Tìm chiều cao đặt bơm z_B tối đa

Giải: Ở 20^0C, áp suất hơi bão hoà của nước là 0,25 m nước. Vậy áp suất chân không tại mặt cắt trước bơm cho phép tối đa là 9,75 m nước.



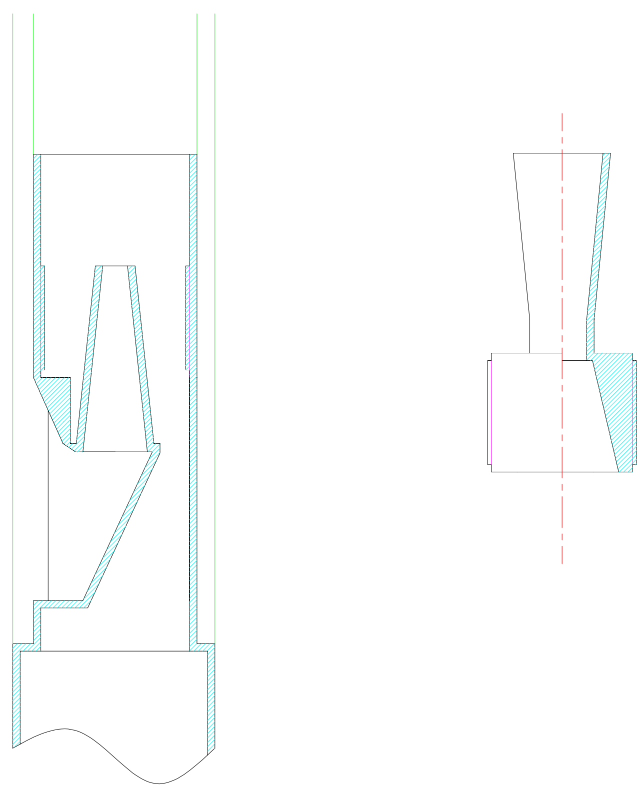
Ta có: $V = \dfrac{Q}{A} = 2.653\text{m/s}$

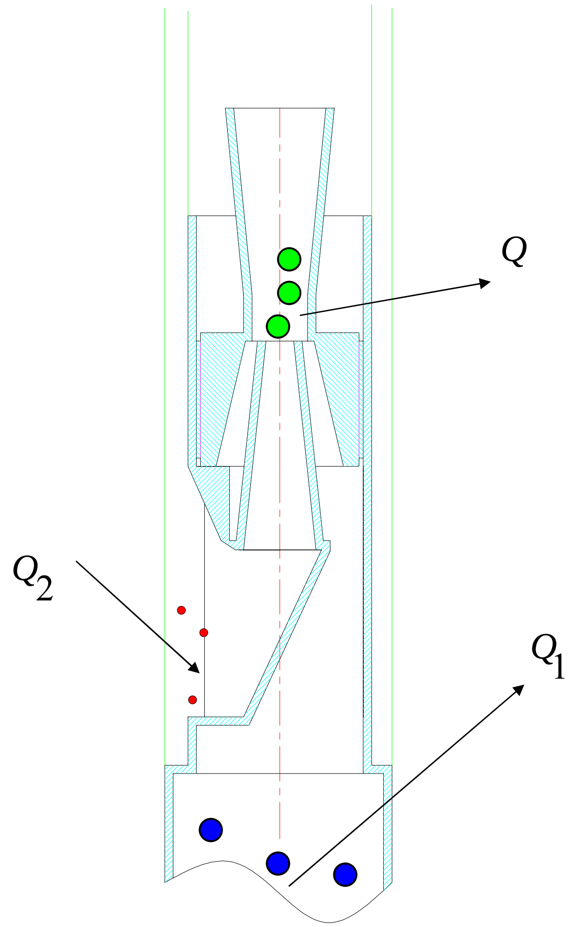
$$z_B = -\frac{p_1}{\gamma} - \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\left(1 + \lambda\frac{L}{D} + \xi)\right)$$

$$z_B = 9,75 - \frac{\alpha_1 2.653^{\,2}}{2*9.81}\left(1 + 0.02\frac{5}{0.12} + 0.5)\right)$$

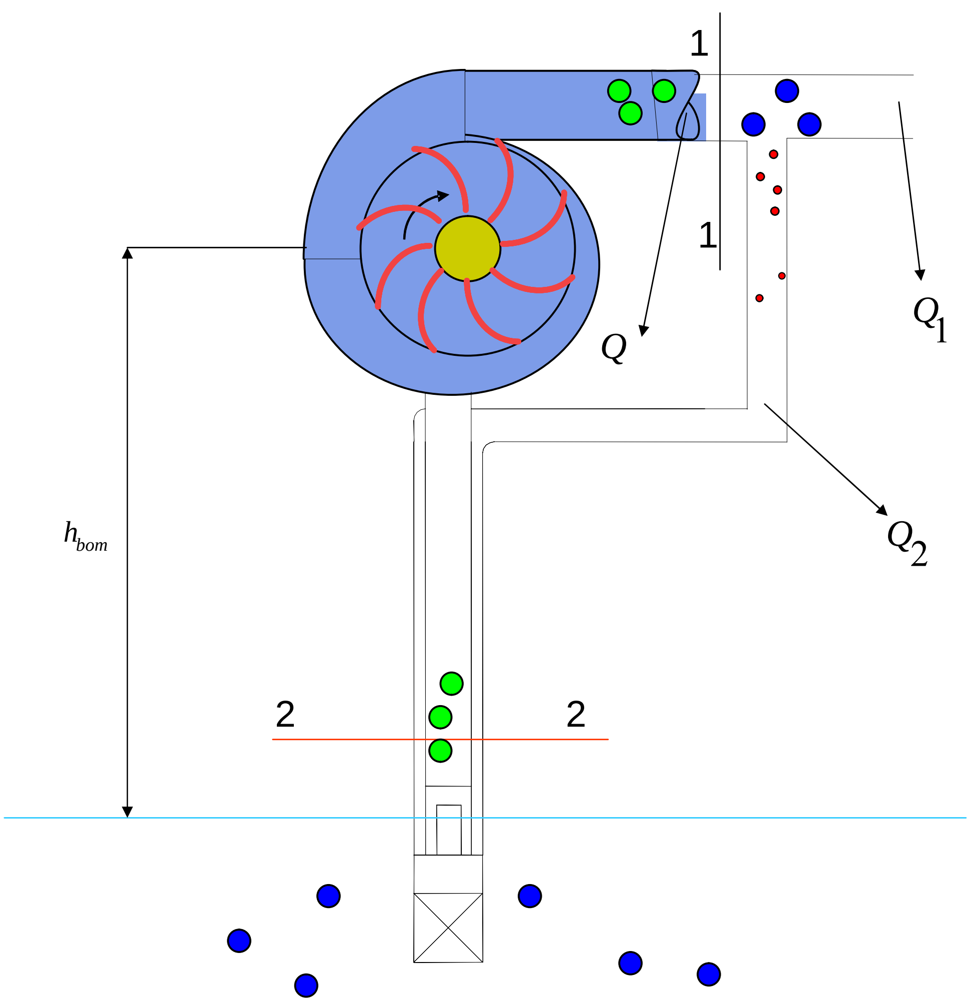
$$z_B = 8.91\text{m}$$

Cấu tạo bộ phận cải tiến của bơm





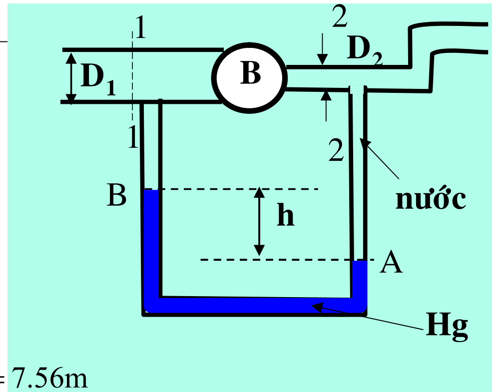
Q
Q2
Q1



1
1
Q
Q1
Q2
h_bom
2
2

Ví dụ 8: Độ chênh mực thuỷ ngân trong ống chữ U nối hai đầu với cuối ống hút và đầu ống đẩy là. Đường kính ống hút là D_1=8 cm. Dường kính ống đẩy là D_2=6 cm. Q=17 lít/s. Công suất hữu ích của bơm là 1261 W.

1. Bỏ qua mất năng, xác định đô chênh áp suất trước và sau bơm.
2. Xác định h trong ống chũ U



$$V_1=\frac{Q}{A_1}=\frac{Q.4}{\pi D_1^2}=\frac{17*10^{-3}*4}{\pi*(0.08)^2}=3.38\ \text{m/s}$$

$$V_2=\frac{Q}{A_1}=\frac{Q.4}{\pi D_2^2}=\frac{17*10^{-3}*4}{\pi*(0.06)^2}=6.01\ \text{m/s}$$

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1V_1^2}{2g}+H_B=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2V_2^2}{2g}$$

Từ : $N=\gamma QH_B$ Suy ra: $H_B=\frac{N}{\gamma Q}=\frac{1261}{9.81*10^3*17*10^{-3}}=7.56\text{m}$

Vậy chênh lệch áp suất: $\left(z_2+\frac{p_2}{\gamma}\right)-\left(z_1+\frac{p_1}{\gamma}\right)=H_B+\left(\frac{\alpha_1V_1^2}{2g}-\frac{\alpha_2V_2^2}{2g}\right)=6.30\text{m}$

$$\left.\begin{array}{l}\left(z_2+\frac{p_2}{\gamma_n}\right)=\left(z_A+\frac{p_A}{\gamma_n}\right)\\ \left(z_1+\frac{p_1}{\gamma_n}\right)=\left(z_B+\frac{p_B}{\gamma_n}\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\left(z_2+\frac{p_2}{\gamma_n}\right)-\left(z_1+\frac{p_1}{\gamma_n}\right)=(z_A-z_B)+\frac{p_A-p_B}{\gamma_n}$$

$$=-h+\frac{\gamma_{Hg}h}{\gamma_n}=h\left(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n}-1\right)$$

$$\Rightarrow h=\frac{\left(z_2+\frac{p_2}{\gamma_n}\right)-\left(z_1+\frac{p_1}{\gamma_n}\right)}{\left(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n}-1\right)}$$

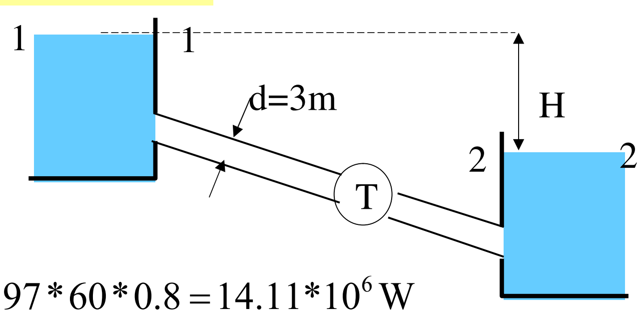
Tính được: h=0.50 m

Ví dụ 9: Nước chảy từ bể chứa qua turbin. Hiệu suất cả hệ thống là 80%. Cho H=60m, V=4,24m/s.

1. Xác định lưu lượng Q chảy qua turbine
2. Tính công suất điện phát ra, bỏ qua mất năng

$$Q=VA=V\frac{\pi D^2}{4}=\frac{4.24*\pi*3^2}{4}=29.97\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2V_2^2}{2g}+H_T$$

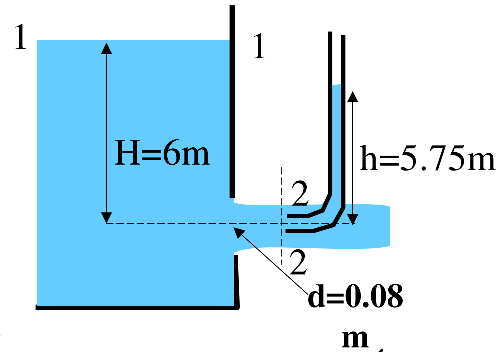


$$\Rightarrow H_T=H$$

$$\Rightarrow N_T=\gamma QH_T*80\%=9.81*10^3*29.97*60*0.8=14.11*10^6\,\text{W}$$

Ví dụ10: Xác định lưu lượng Q và tổn thất năng lượng khi dòng chảy ra ngoài không khí. Bỏ qua co hẹp

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_f$$



$$V_1 = 0; p_1 = 0; p_2 = 0$$

$$\Rightarrow H = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_f$$

Mặt khác tia nước bắn ra với động năng $\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$ đập vào ống nghiệm,

dừng lại, vậy toàn bộ động năng này chuyển hoá thành áp năng đẩy cột nước trong ống nghiệm lên một độ cao h=5,75m.

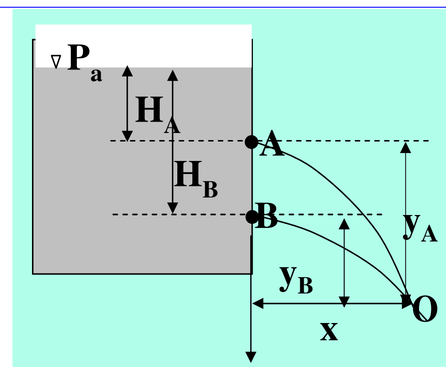
Vậy:

$$h = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh} = 10.62\text{m/s}$$

$$\Rightarrow Q = AV = \frac{\pi d^2}{4} V = \frac{\pi * 0.08^2}{4} * 10.62 = 0.0534\text{m}^3/\text{s}$$

Và: $h_f = 6 - 5.75 = 0.25\,\text{m}$ nước

Ví dụ10b: Bên hông một bình chứa nước có hai lỗ tháo nước A và B như hình vẽ. Lỗ A nằm dưới mặt thoáng nước một độ sâu H_A; lỗ B nằm dưới mặt thoáng nước một độ sâu H_B. Tia nước bắn ra từ hai lỗ giao nhau tại O. Giả sử hệ số lưu tốc của hai lỗ là như nhau và bằng C_V. Tìm khoảng cách x từ O đến thành bình



Giải: phương trình đường quỹ đạo của tia nước bắn ngang ra khỏi lỗ với vận tốc V cho dưới dạng: $x^2=2V^2y/g$; với gốc tọa độ tại lỗ, x hướng ngang và y hướng xuống, g là gia tốc trọng trường. Suy ra:

$$x^2 = \frac{2V_A^2 y_A}{g} = \frac{2V_B^2 y_B}{g}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{4C_V^2 g H_A y_A}{g} = \frac{4C_V^2 g H_B y_B}{g}$$

$$\Rightarrow H_A y_A = H_B y_B$$

Mặt khác ta có: $H_A+y_A=H_B+y_B$

Giải ra được: $H_A=y_B$; $H_B=y_A$

Suy ra: $x = 2C_V\sqrt{H_A H_B}$

VI. PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG

Dạng tổng quát của p.tr ĐL (chứng minh từ chương Động Học)**:**

$$\sum \vec{F}_{\text{ngoạilực}} = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{W} (\vec{u})\rho dw + \iint_{A} (\vec{u})\rho u_n dA$$

➢ **Đối với dòng ổn định:** $\left.\frac{\partial X}{\partial t}\right|_{W} = 0 \Rightarrow \overline{\sum F_{\text{ngoạilực}}} = \iint_{A} \vec{u}\rho u_n dA = \iint_{A} \vec{u}\rho dQ$

➢**Đối với dòng nguyên tố chuyển động ổn định (vào ở dA_1; ra ở dA_2):**

$$\vec{u}_2\rho_2 u_{2n} dA_2 - \vec{u}_1\rho_1 u_{1n} dA_1 = \sum \vec{F}_{\text{ngoạilực}}$$

➢**Đối với toàn dòng chảy từ mặt cắt 1-1 đến 2-2, ta cần chiếu phương trình ĐL trên lên một phương s bất kỳ, rồi sau đó lấy tích phân trên từng m/c A_1, A_2:**

$$\int_{A_2} u_{2s}\rho_2 dQ_2 - \int_{A1} u_{1s}\rho_1 dQ_1 = \sum F_{s\ ngoailuc}$$

Ta có: $\int_{A} u_s \rho dQ = ĐL_{\text{thật}/S} > \rho Q V_S = ĐL_{V/S}$

Ta đưa vào hệ số α_0 : $ĐL_{\text{thật}} = \int_{A} u_s \rho dQ = \alpha_0 ĐL_V = \alpha_0 V_s \rho Q$

α_0 là hệ số hiệu chỉnh động lượng; $\alpha_{0tầng}$=4/3; $\alpha_{0rối}$ =1,02-1,05

Như vậy ***ph.trình Động lượng chiếu trên một phương s bất kỳ đối với toàn dòng chảy ổn định lưu chất không nén được*** đi vào m/c 1 ra m/c 2 viết dưới dạng sau:

$$(\overline{\sum F})_s = \rho Q(\alpha_{02}V_{2s} - \alpha_{01}V_{1s}) = ĐL_{ra/s} - ĐL_{vào/s}$$

➢**Trường hợp dòng chảy có nhiều m/c ra và nhiều m/c vào:**

$$(\overline{\sum F})_s = \sum ĐL_{ra/s} - \sum ĐL_{vào/s}$$

VII. ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG

$$\overrightarrow{(\sum F)}_s = \rho Q(\alpha_{02} V_{2s} - \alpha_{01} V_{1s}) = ĐL_{ra/s} - ĐL_{vào/s}$$

Phân tích ngoại lực, thông thường gồm có các lực sau đây:

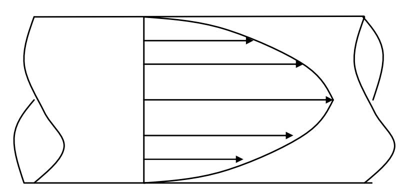
- Trọng lực G
- Lực ma sát F_{ms} giữa chất lỏng với thành rắn.
- Phản lực N từ thành rắn tác dụng vào khối lưu chất.
- Áp lực F_i từ các phía tác dụng vào các m/c (mà dòng chảy ra hoặc vào khối thể tích kiểm soát. (tính như áp lực thuỷ tĩnh).

Hai lực giữa (F_{ms} và N) thông thường gom chung thành một lực R gọi là lực của thành rắn tác dụng vào khối lưu chất.

Lực trọng trường G thông thường bị triệt tiêu khi chiếu lên phương nằm ngang (vì G theo phương thẳng đứng), hoặc giả thiết nhỏ nên không tính tới (trừ trường hợp có giá trị lớn đáng kể và khi chiếu p.tr ĐL lên phương thẳng đứng)

Ví dụ (tự giải):

Lưu chất khối lượng riêng ρ chảy trong trong ống tròn bán kính r_o có phân bố vận tốc như sau:

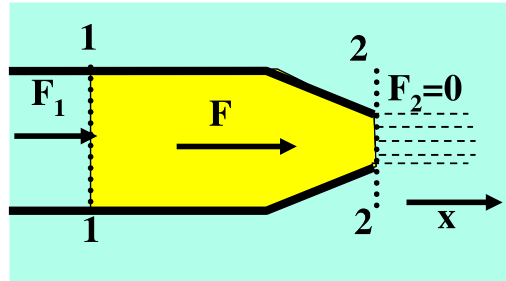


$$u = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right)$$

Trong đó u_{max} là vận tốc cực đđại tại tâm ống. Tìm động lượng đi qua mặt cắt thẳng góc với dòng chảy trong đơn vị thời gian:

$$\mathbf{ĐS} = \rho u_{max}^2 \pi r_o^2/3$$

Ví dụ 11. Lực F t/dụng lên vòi cứu hoả:



Áp dụng p. tr ĐL cho thể tích KS như hình vẽ:

$$\rho Q(\alpha_{02}V_2 - \alpha_{01}V_1) = R_x + F_1 - F_2$$

Chọn α_0=1: $\Rightarrow R_x = \rho Q(V_2 - V_1) - F_1$

$F_1=p_1A_1$; $F_2=0$; áp dụng thêm p.tr năng lượng cho dòng chảy từ 1-1 tới 2-2, ta có:

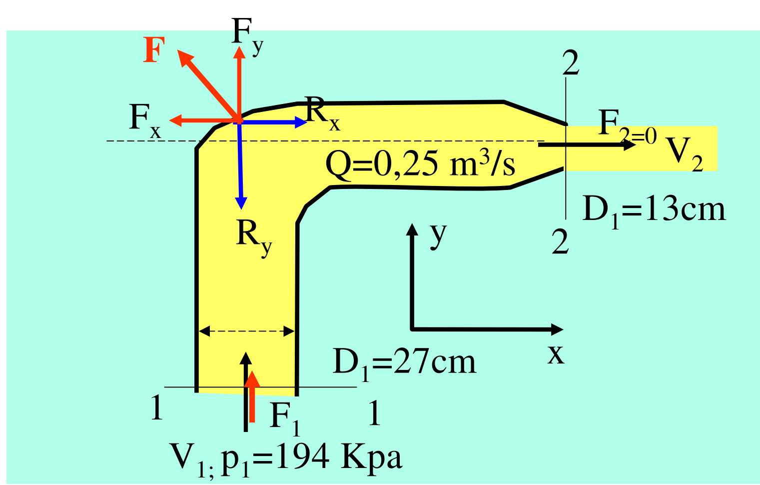
$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \Rightarrow F_1 = \frac{\rho\left(V_2^2 - V_1^2\right)}{2}A_1$$

$$\Rightarrow R_x = \rho A_1V_1(V_2 - V_1) - \frac{\rho(V_2^2 - V_1^2)}{2}A_1$$

$$= \rho A_1(V_2 - V_1)\left(V_1 - \frac{V_2 + V_1}{2}\right) < 0$$

Như vậy lực F của lưu chất tác dụng vào vòi hướng tới và bằng R.

Ví dụ 12. Lực F của dòng chảy tác dụng lên vòi uống cong 90^0:



Trên phương x:

$$\rho Q(\alpha_{02}V_2) = R_x$$

Chọn α_0=1:

$$\Rightarrow R_x = \rho Q(V_2) > 0$$

Trên phương y:

$$\rho Q(-\alpha_{01}V_1) = R_y + F_1$$

$$\Rightarrow R_y = \rho Q(-V_1) - F_1 < 0$$

Ta suy ra: R_x hướng tới trước, R_y hướng xuống dưới.
Như vậy lực của dòng chảy tác dụng lên vòi:
Fx hướng ra sau ; Fy hướng lên trên

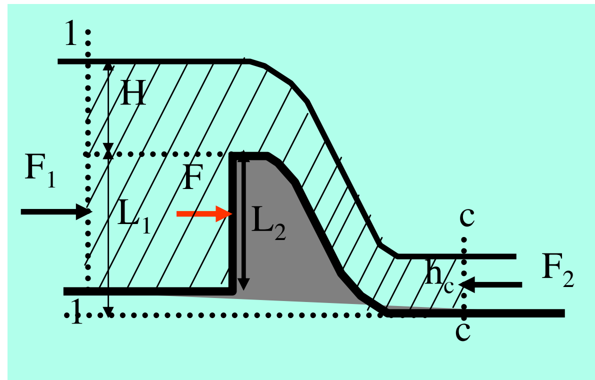
Thế số vào ta được: F_x=4709 N; F_y=11109 N; F=12065N

Ví dụ 13. Lực của dòng chảy tác dụng lên đập tràn:

Áp dụng p. tr ĐL cho thể tích KS như hình vẽ:

$$R_x = \rho Q(V_c - V_1) - F_1 + F_2 \qquad (*)$$

$F_1=p_1A_1=[\gamma(H+L_2)/2]A_1$; $F_2=p_2A_2=[\gamma(h_c)/2]A_2$



Bỏ qua mất năng:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g}$$

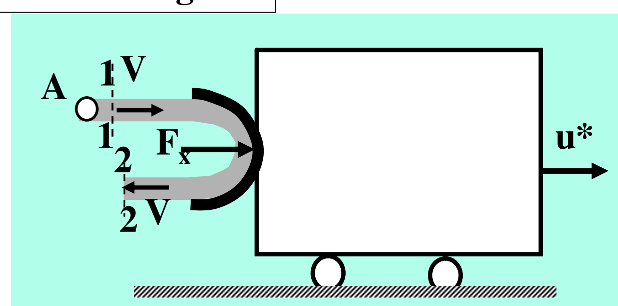
$$\Leftrightarrow H + L_1 + \frac{\alpha_1 Q^2}{2gA_1^2} = h_c + \frac{\alpha_c Q^2}{2gA_c^2}$$

$$\Leftrightarrow Q = \sqrt{\frac{A_c^2 A_1^2}{A_1^2 - A_c^2}}\sqrt{2g(H + L_1 - h_c)}$$

Sau khi tính được lưu lượng ta tính $V_c = Q/A_c$; $V1=Q/A1$;
Sau đó thế vào p.tr (*) để tìm Rx; và F=-Rx.

Ví dụ 14. . Lực tác dụng của tia nước đập vào cánh gáo

a. Khi giữ xe đứng yên,



Lực tác dụng lên xe $F_x = -R_x$

$$\mathbf{R_x = \rho Q(-V_2 - V_1) - F_1 - F_2}$$
$$\mathbf{= \rho VA(-V - V) = -2\rho V^2 A}$$

F_1 và F_2 đều bằng 0 vì đây là dòng tia, chung quanh đều là áp suất khí trời

b. Khi xe chuyển động tới với vận tốc u*,

Lực tác dụng Fx=-Rx vào xe sẽ nhỏ hơn và bằng:

$$R_x = \rho(V - u^*)A(-(V - u^*) - (V - u^*)) = -2\rho(V - u^*)^2 A$$

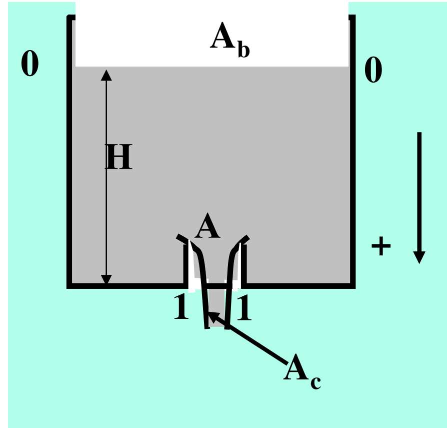
Như vậy, công suất hấp thụ bởi gầu bằng: $N_{gầu} = F_x u^* = 2\rho(V - u^*)^2 A u^*$

Công suất cung ứng bởi vòi nước: $N_{voi} = \rho Q\frac{V^2}{2} = \rho A\frac{V^3}{2}$

Hiệu suất cả hệ thống (đặt x=u*/V): $\eta = \frac{N_{gầu}}{N_{vòi}} = \frac{2\rho(V - u^*)^2 A u^*}{\rho A V^3/2} = 4\frac{u^*}{V}\left(\frac{V - u^*}{V}\right)^2 = 4x(1 - x)^2$

Khảo sát hàm số trên, ta thấy η đạt giá trị cực đại khi x=1(loại bỏ) và x=1/3.

Ví dụ 15 . Ống Borda thẳng đứng:



$$G - R_y = \rho A_c V_1 V_1$$

Xem như ống Borda đủ dài để ở sát đáy bình nước yên lặng.

Ta có:

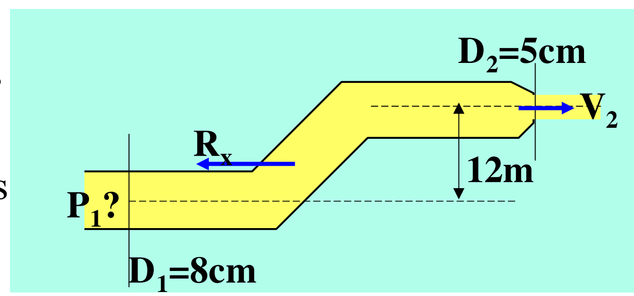
$$G=\rho g A_b H; \quad R_y=\rho g(A_b-A)H;$$

Suy ra:

$$V_1 = \sqrt{2gH}$$

$$\rho g A H = \rho A_c 2gH \Rightarrow A = 2A_c$$

Ví dụ 16 . Q=12 lít/s. Tìm V_1; V_2. Bỏ qua mất năng, xác định p_1
Xác định F_x tác dụng lên ống



$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q.4}{\pi D_1^2} = \frac{12*10^{-3}*4}{\pi*(0.08)^2} = 2.39 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q.4}{\pi D_2^2} = \frac{12*10^{-3}*4}{\pi*(0.05)^2} = 6.12 \text{ m/s}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = z_2 - z_1 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = 13.61\,\text{m} \Rightarrow F_1 = p_1 A_1 = 671.2747\text{N}$$

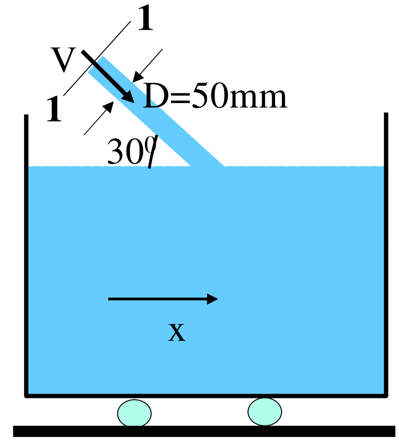
$$R_x = \rho Q(V_2 - V_1) - F_1$$

$$R_x = 1000*12*10^{-3}(6.12 - 2.39) - \frac{3.14*(0.08)^2}{4} 13.61*9.81*10^3$$

$$= -626.584\text{N}$$

$$\Rightarrow F_x = 626.58\text{N}$$

Ví dụ 17 . V=30m/s. Tính lực nằn ngang cần giữ cho xe đứng yên
Nếu để xe chạy tới với u=5m/s, thì lực tác động vào xe là bao nhiêu?
Tìm hiệu suất



$$Q = VA = \frac{\pi D^2}{4} V = 0.059 m^3/s$$

$$R_x = \rho Q(-V_1 \cos(30^0))$$

$$R_x = 1000 * 0.059 * (-30 \cos(30^0)) = -1530.39N$$

Vậy lực F_x để giữ xe đứng yên là 1530N

Khi xe chuyển động tới với vận tốc u=5 m/s, thì ph. Tr ĐL sẽ viết lại như sau:

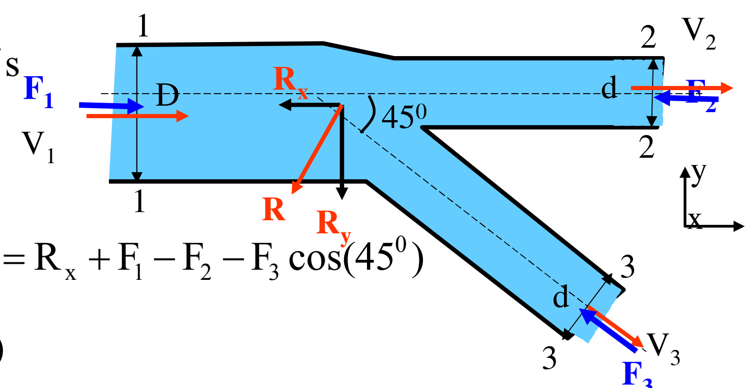
$$R_x = -\rho Q[V_1 \cos(30^0) - u]$$
$$= -1000 * 0.059 * (30 * \cos(30^0) - 5)$$
$$= 1235.8689N$$

Công suất tia nước: $N_{tia} = \rho Q \frac{V^2}{2} = \rho A \frac{V^3}{2} = 26507.19W$

Công suất xe: $N_{xe} = F_x u = 1235.8689 * 5 = 6179.345W$

Hiệu suất: $\eta = \frac{N_{xe}}{N_{tia}} = 0.233$

Ví dụ 18 . D=1,2m; d=0.85m, Q_2=Q_3=Q_1/2; Q_1=6 m³/s; p_1=5Mpa
Bỏ qua mất năng. Xác định lực nằm ngang tác dụng lên chạc ba



$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = 5.305 m/s; V_3 = V_2 = 5.287 m/s$$

$$(\overrightarrow{\sum F})_s = \sum ĐL_{ra/s} - \sum ĐL_{vào/s}$$

$$(\rho Q_2 V_2 + \rho Q_3 V_3 \cos(45^0)) - \rho Q_1 V_1 = R_x + F_1 - F_2 - F_3 \cos(45^0))$$

$$-\rho Q_3 V_3 \sin(45^0) = R_y + F_3 \sin(45^0)$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \Leftrightarrow p_2 = p_1 + \frac{\rho(V_1^2 - V_2^2)}{2} = 5000097Pa \Rightarrow p_3 = p_2$$

$$F_1 = p_1 A_1 = 5654867N; \quad F_3 = F_2 = p_2 A_2 = 2837306N;$$

$$\Rightarrow R_x = (\rho Q_2 V_2 + \rho Q_3 V_3 \cos(45^0)) - \rho Q_1 V_1 - F_1 + F_2 + F_3 \cos(45^0))$$

$$R_y = -\rho Q_3 V_3 \sin(45^0) - F_3 \sin(45^0)$$

Thế số: **Rx=-816,038KN;** **Ry=-2017,493 KN;** **R=2176,281 KN**

Chứng minh hệ số α, α_0 >1:

Lưu ý rằng: $$u = V \pm \Delta u \Rightarrow \iint_A u dA = \iint_A (V \pm \Delta u) dA$$

$$\Rightarrow Q = Q \pm \iint_A \Delta u dA \Rightarrow \iint_A \Delta u dA = 0$$

$$\alpha = \frac{DN_{that}}{DN_V} = \frac{\iint_A \rho \frac{u^2}{2} u dA}{\rho V A \frac{V^2}{2}} = \frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{u}{V}\right)^3 dA = \frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{(V \pm \Delta u)}{V}\right)^3 dA$$

$$= \frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{(V^3 \pm 3V^2\Delta u + 3V\Delta u^2 \pm \Delta u^3)}{V^3}\right) dA = \frac{1}{A}\left(\iint_A dA \pm \iint_A \frac{3\Delta u}{V} dA + \iint_A 3\frac{\Delta u^2}{V^2} dA \pm \iint_A \frac{\Delta u^3}{V^3} dA\right) > 1$$

$$\alpha_0 = \frac{DL_{that}}{DL_V} = \frac{\iint_A \rho u u dA}{\rho V A V} = \frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{u}{V}\right)^2 dA = \frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{(V \pm \Delta u)}{V}\right)^3 dA$$

$$= \frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{(V^2 \pm 2V\Delta u + \Delta u^2)}{V^2}\right) dA = \frac{1}{A}\left(\iint_A dA \pm \iint_A \frac{2\Delta u}{V} dA + \iint_A \frac{\Delta u^2}{V^2} dA\right) > 1$$