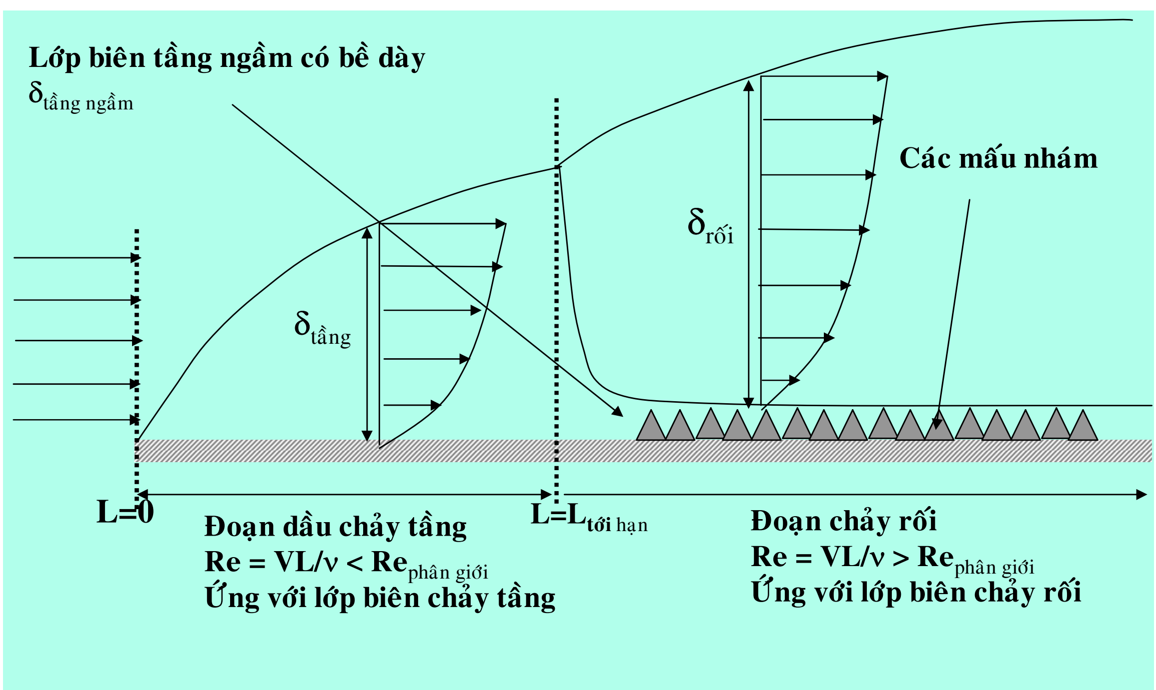
CHƯƠNG 5

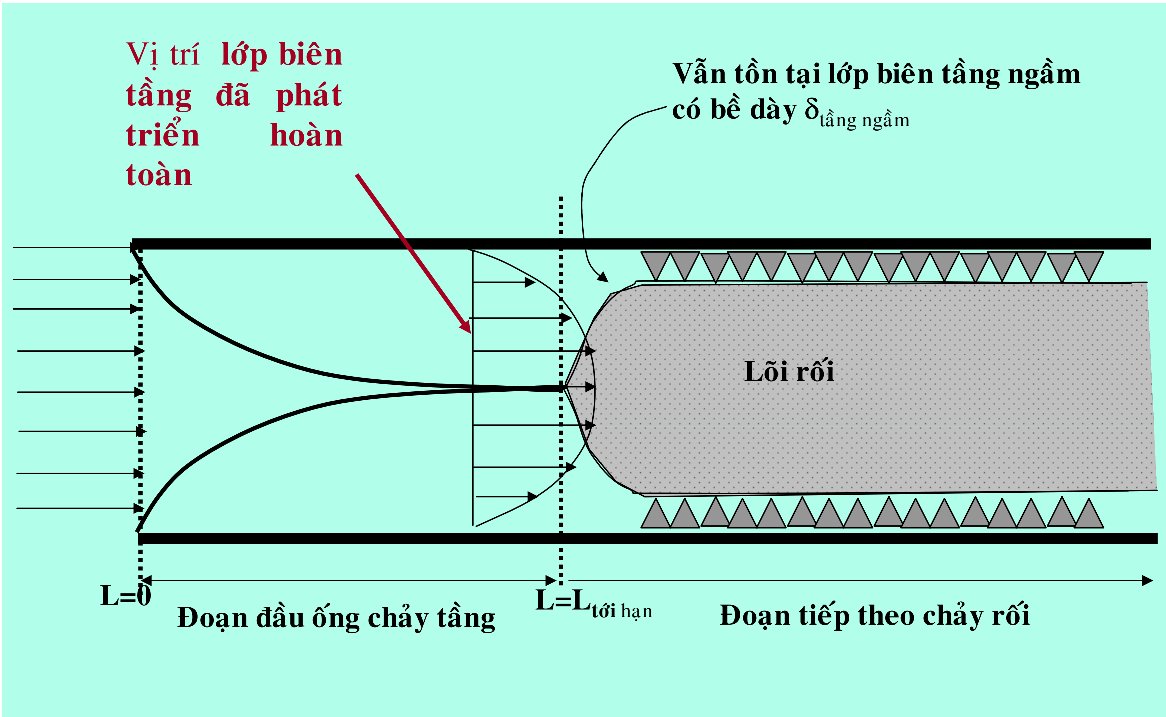
DÒNG CHẢY ĐỀU TRONG ỐNG

I. DÒNG CHẢY TRÊN BẢN PHẲNG



II. DÒNG CHẢY TRONG ỐNG

Ta hình dung dòng chảy trong ống giống như dòng chảy qua bản phẳng được cuộn tròn lại. Như vậy theo lý thuyết , ở đầu vào của ống có một đoạn mà dòng chảy ở chế độ chảy tầng, rồi sau đó mới chuyển sang chảy rối.



III. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CHO DÒNG ĐỀU TRONG ỐNG

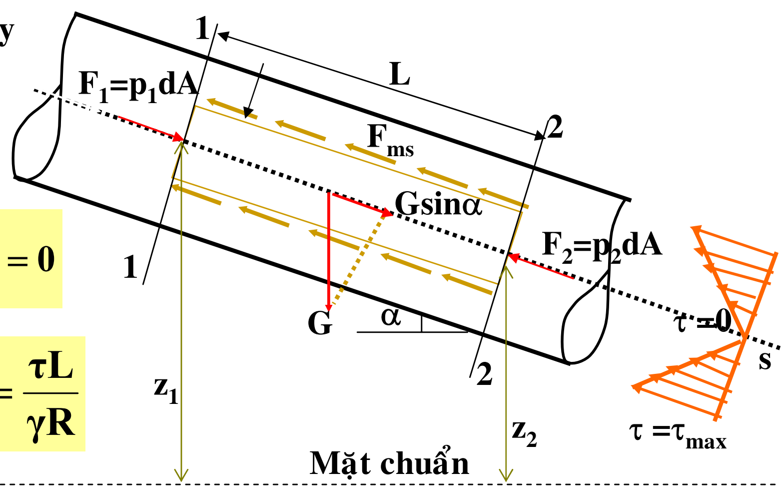
Trong ống xét đoạn vi phân dòng chảy đều hình trụ có diện tích dA như hình vẽ:

Lực tác dụng trên phương dòng chảy (phương s) :

$$G\sin\alpha + F_1 - F_2 - F_{ms} = 0$$

$$\gamma L dA\frac{(z_1 - z_2)}{L} + p_1 dA - p_2 dA - \tau\chi L = 0$$

$$(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = \frac{\tau L}{\gamma R} \Leftrightarrow h_d = \frac{\tau L}{\gamma R}$$



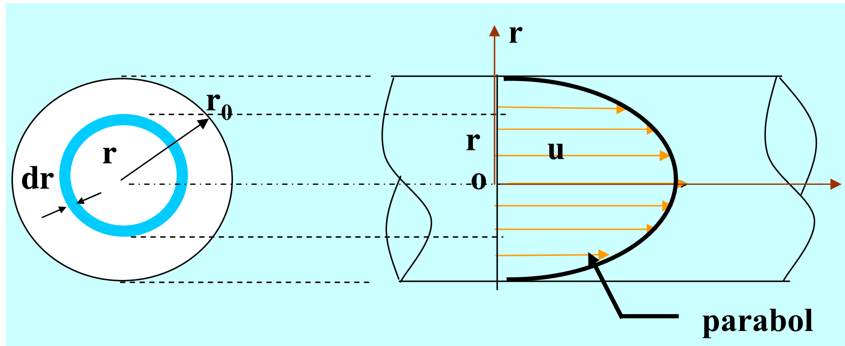
Ta có : $J = h_d / L$ là độ dốc thuỷ lực (độ dốc đường năng)

Suy ra: $\tau = \gamma JR$ ⟵ Phương trình cơ bản của dòng đều

Hay: $\tau = \gamma Jr/2$ ⟶ Ứng suất tiếp tỷ lệ bậc nhất theo r

Từ pt cơ bản có thể viết : $\tau_{max} = \gamma J\frac{r_0}{2}$ hay $\tau = \tau_{max}\frac{r}{r_0}$

IV.PHÂN BỐ VẬN TỐC TRONG DÒNG CHẢY TẦNG PHÁT TRIỂN HOÀN TOÀN TRONG ỐNG



P.Tr.C.Bản → $\tau = \gamma J \dfrac{r}{2}$

Newton → $\tau = -\mu \dfrac{du}{dr}$

$$-\mu\frac{du}{dr} = \gamma J\frac{r}{2} \longrightarrow du = -\gamma J\frac{r}{2\mu}dr \longrightarrow u = \int -\gamma J\frac{r}{2\mu}dr$$

$$\longrightarrow u = -\gamma J\frac{r^2}{4\mu} + C$$ Tại $r=r_0$ ta có $u=0$ $$\longrightarrow C = \gamma J\frac{r_0^2}{4\mu}$$

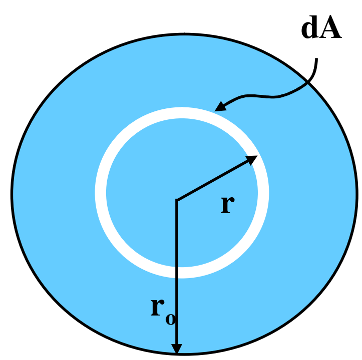
$$\longrightarrow \boxed{u = \frac{\gamma J}{4\mu}\left(r_o^2 - r^2\right)}$$ Tại r=0 ta có $u=u_{max}$ $$\longrightarrow u_{max} = \frac{\gamma J}{4\mu}\left(r_o^2\right)$$

$$\longrightarrow \boxed{u = u_{max}\left(\frac{r_o^2 - r^2}{r_o^2}\right)}$$ hay $$\boxed{u = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right)}$$

Phân bố vận tốc trong chảy tầng có dạng Parabol

Lưu lượng và vận tốc trung bình trong dòng chảy tầng trong ống :

$$\boxed{u = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right)}$$



$$dQ = udA = u.2\pi rdr \Rightarrow Q = 2\pi\int_0^{r_0} urdr = \frac{2\pi u_{max}}{r_0^2}\int_0^{r_0}(r_0^2 - r^2)rdr$$

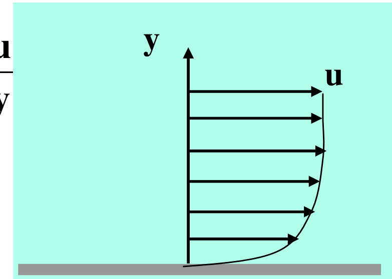
$$\Rightarrow Q = \frac{\pi r_0^2 u_{max}}{2} \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{u_{max}}{2}$$

V.PHÂN BỐ VẬN TỐC TRONG DÒNG CHẢY RỐI

Đối với dòng chảy rối trong ống, ứng suất tiếp phụ thuộc chủ yếu vào độ chuyển động hỗn loạn của các phân tử lưu chất, do đó:

$\tau = \tau_{tầng} + \tau_{rối}$; vì $\tau_{rối} >> \tau_{tầng}$ nên ta bỏ qua $\tau_{tầng}$ Nếu đặt: $\tau_{roi} = \varepsilon \dfrac{du}{dy}$

Theo giả thiết của Prandtl, ε phụ thuộc vào chiều dài xáo trộn và gradient vận tốc, gọi là ứng suất nhớt rối, và tính bằng: $\rightarrow \varepsilon = \rho l^2 \dfrac{du}{dy}$



y : khoảng cách từ thành đến lớp chất lỏng đang xét

l :chiều dài xáo trộn

Như vậy: $\tau_{roi} = \rho l^2 \dfrac{du^2}{dy^2}$

Nhận xét:

Theo Prandtl: ứng suất nhớt rối ***không phụ thuộc vào tính nhớt*** của lưu chất.

Từ thí nghiệm , Nikudrase cho rằng chiều dài xáo trộn l trong ống: $l = ky\left(1 - \dfrac{y}{r_o}\right)^{1/2}$

k : hằng số Karman (k = 0,4)

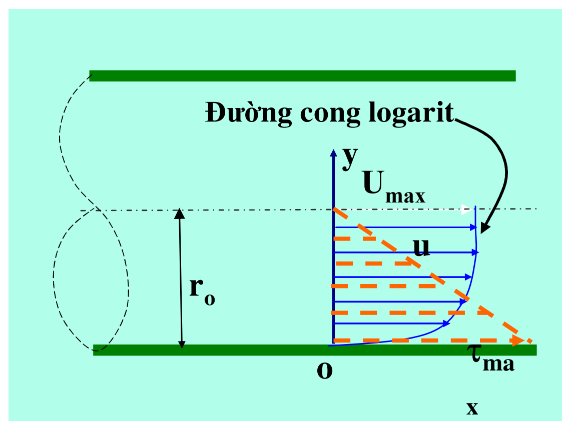
$$\rightarrow \tau_{roi} = \rho k^2 y^2 \left(1 - \frac{y}{r_0}\right)\frac{du^2}{dy^2} \qquad \tau_{max}\left(\frac{r}{r_0}\right) = \rho k^2 y^2 \left(1 - \frac{y}{r_0}\right)\frac{du^2}{dy^2}$$

Nếu đặt gốc toạ độ tại thành ống:

$$\rightarrow \tau_{max}\left(\frac{r_0 - y}{r_0}\right) = \rho k^2 y^2 \left(1 - \frac{y}{r_0}\right)\frac{du^2}{dy^2}$$

$$\rightarrow \tau_{max} = \rho k^2 y^2 \frac{du^2}{dy^2} \rightarrow du^2 = \frac{\tau_{max}}{\rho k^2}\frac{dy^2}{y^2}$$

$$\rightarrow du = \sqrt{\frac{\tau_{max}}{\rho}}\frac{1}{k}\frac{dy}{y}$$



Đặt $u^* = \sqrt{\dfrac{\tau_{max}}{\rho}} \rightarrow du = \dfrac{u^*}{k}\dfrac{dy}{y} \rightarrow u = \dfrac{u^*}{k} \text{Ln}\, y + C$ (u*: vận tốc ma sát)

Tại tâm ống $r = r_o$, $u = u_{max}$ $\rightarrow C = u_{max} - \dfrac{u^*}{k}\text{Ln}\, r_o$

$$\rightarrow u = u_{max} - \frac{u^*}{k}\text{Ln}\frac{r_o}{y}$$

Như vậy: Phân bố lưu tốc trong trường hợp chảy rối có dạng đường logarit

Nhận xét: sự phân bố vân tốc trong trường hợp chảy rối tương đối đồng đều , gần với vận tốc trung bình hơn so với trường hợp chảy tầng. Đó cũng là lý do tại sao các hệ số hiệu chỉnh động năng (α) hay hệ số hiệu chỉnh động lượng (α_o) có thể lấy bằng 1

VI. TÍNH TOÁN TỔN THẤT CỦA DÒNG CHẢY ĐỀU TRONG ỐNG

1. Tổn thất đường dài

❖ *Công thức Darcy*: $h_d = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$

λ: hệ số ma sát dọc dường ống.

Từ thực nghiệm, ứng suất tiếp sát thành ống phụ thuộc vào các đại lượng sau:

$$\tau_{max} = f(V, D, \rho, \mu, \Delta)$$
$$\tau_{max} = KV^a.D^b.\rho^c.\mu^d.\Delta^e$$

Cân bằng thứ nguyên: $\left[\frac{M}{LT^2}\right] = \left[\frac{L}{T}\right]^a [L]^b \left[\frac{M}{L^3}\right]^c \left[\frac{M}{TL}\right]^d [L]^e$

M: 1 = c+d

L : -1 = a + b - 3c - d + e

T : -2 = - a - d

suy ra: e = e ; d = d; c = 1 – d;

b = -d - e; a = 2 - d

Vậy $\tau_{max} = KV^{2-d}.D^{-d-e}.\rho^{1-d}.\mu^d.\Delta^e$

$$\tau_{max} = K\left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)^{-d}\left(\frac{\Delta}{D}\right)^e \rho V^2 = f(Re, \frac{\Delta}{D})\frac{\rho V^2}{2}$$

λ=4f(Re, Δ/D)

Mặt khác

$$\tau_{max} = \gamma J\frac{r_0}{2}$$

$$\gamma J\frac{r_0}{2} = f(Re, \frac{\Delta}{D})\frac{\rho V^2}{2} = \gamma\frac{h_d}{L}\frac{r_0}{2}$$
$$\Rightarrow h_d = 2f(Re, \frac{\Delta}{D})\frac{V^2}{2g}\frac{L}{r_0} = 4f(Re, \frac{\Delta}{D})\frac{V^2}{2g}\frac{L}{D}$$

$$h_d = \lambda\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Tính toán hệ số ma sát dọc dường ống λ:

▪ ***_Dòng chảy tầng:*** $V = \frac{u_{max}}{2} = \frac{\gamma J r_0^2}{4\mu.2} = \frac{\gamma J D^2}{32\mu} \Rightarrow h_d = JL = \frac{32\mu VL}{\gamma D^2} = \frac{64}{\frac{VD}{\nu}}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$

Suy ra: $\lambda = \frac{64}{Re} \quad \Rightarrow \quad h_d \approx V^1$

▪ ***Dòng chảy rối:***

➢***Rối thành trơn thủy lực***: **(2300 < Re < 10^5) :** **λ = f(Re).**

Khi bề dày lớp biên tầng ngầm $\delta_{tngầm} > \Delta$ (chiều cao trung bình các mấu nhám).

Các công thức thực nghiệm :

Blasius: $\lambda_{tr} = \frac{0,316}{Re^{1/4}}$

Prandtl-Nicuradse: $\frac{1}{\sqrt{\lambda_{tr}}} = 2\lg(Re\sqrt{\lambda_{tr}}) - 0,8$

➢***Rối thành nhám thủy lực:*** **(Re > 10^5):** **λ = f(Re, Δ/D).**

Khi bề dày lớp biên tầng ngầm $\delta_{tngầm} < \Delta$

Antersun: $\lambda = 0,1\left(1,46\frac{\Delta}{D} + \frac{100}{Re}\right)^{0,25}$

Colebrook: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left(\frac{\Delta}{3,71.D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)$

➢ ***Chảy rối thành hoàn toàn nhám (khu sức cản bình phương)*** **$\lambda = f(\Delta/D)$.**

Khi Re rất lớn $> 4.10^6$).

Prandtl-Nicuradse: $$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{D}{\Delta} + 1{,}14 \approx 2\lg(3{,}17\frac{D}{\Delta})$$

Chézy: $$\lambda = \frac{8g}{C^2} \quad ; \quad C = \frac{1}{n}R^{1/6}$$

C là hệ số Chezy, tính thực nghiệm theo Manning với n là hệ số nhám

Ta chứng minh công thức Chezy như sau:

$$h_d = \lambda\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \lambda\frac{L}{4R}\frac{V^2}{2g} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}\sqrt{R}\sqrt{\frac{h_d}{L}} = C\sqrt{RJ}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{8g}{C^2}$$

Theo Chezy, vận tốc tính bằng : $$V = C\sqrt{RJ} \Rightarrow Q = AC\sqrt{RJ} = K\sqrt{J}$$

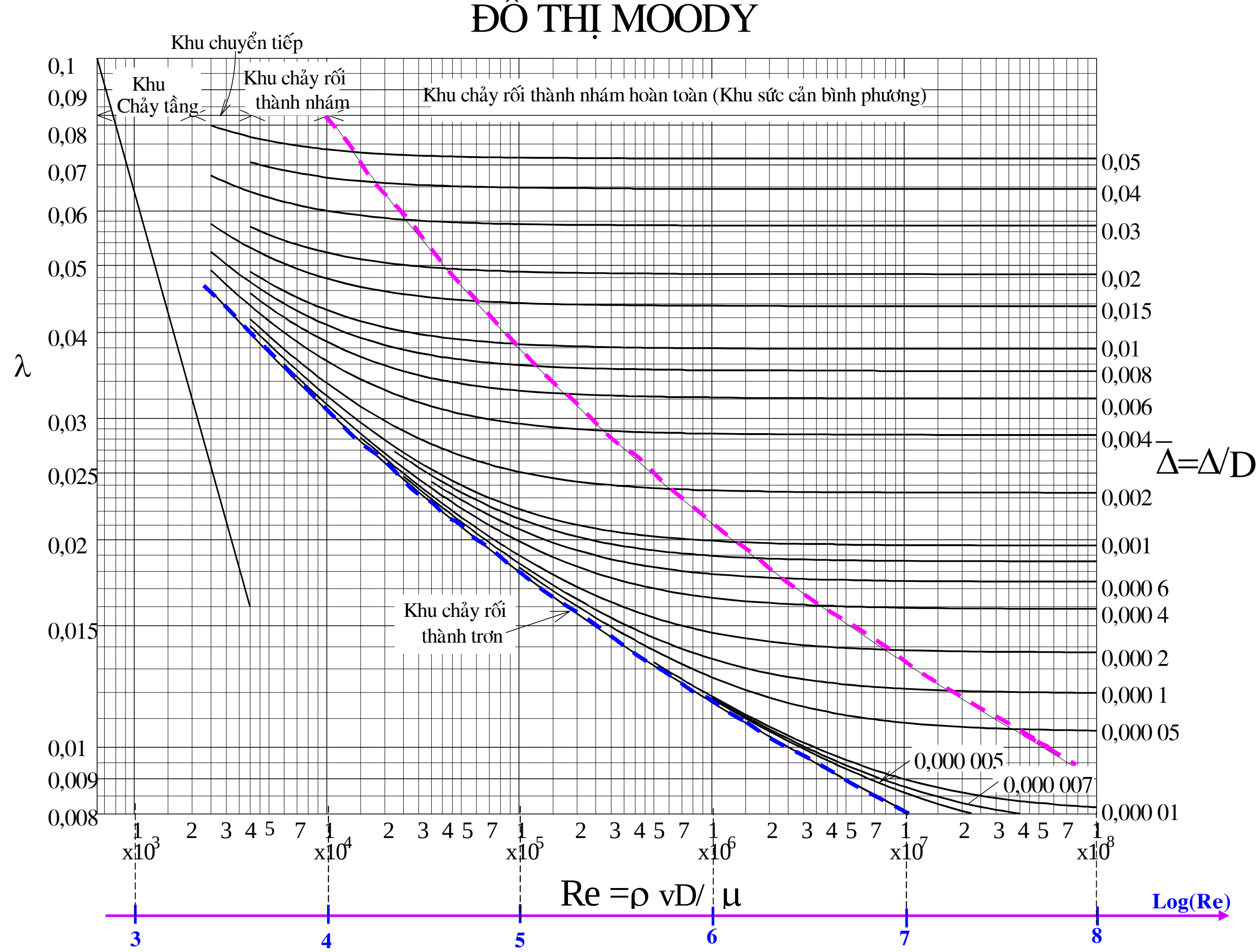
K gọi là module lưu lượng: $$K = AC\sqrt{R} = A\frac{1}{n}(R)^{2/3}$$

J là độ dốc thủy lực : $$J = \frac{h_d}{L} = -\frac{\Delta E}{\Delta L}$$

Như vậy, ***công thức tổn thất đường dài (trong trường hợp có số liệu độ nhám n)*** là:

$$h_d = \frac{Q^2}{K^2}L$$

ĐỒ THỊ MOODY



2. Tổn thất cục bộ:

Tính theo công thức thực nghiệm Weisbach: $h_c = \xi_c \dfrac{V^2}{2g}$

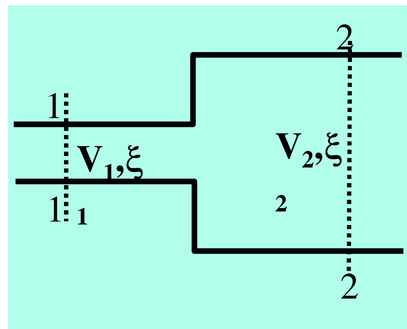
ξ_c là hệ số tổn thất cục bộ, phụ thuộc vào từng dạng tổn thất (phụ lục CLC).

Thường thường, V là vận tốc dòng chảy tại vị trí sau khí xảy ra tổn thất, trừ hai trường hợp sau đây:

➢ ***Mở rộng đột ngột:*** Có 2 hệ số ξ ứng với hai m/c 1-1 và 2-2 như hình vẽ:

$$\xi_1 = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad \text{với} \quad V = V_1$$

$$\xi_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \quad \text{với} \quad V = V_2$$



➢ ***Ở miệng ra của ống:*** $h_c = \xi_c \dfrac{V^2}{2g}$

với ξ_c=1

và V là vận tốc của đường ống ra (vận tốc tại m/c trước khi xảy ra tổn thất)

IV. CÁC TÍNH TOÁN TRONG ĐƯỜNG ỐNG

1. Phân biệt đường ống dài, ngắn: $h_c < 5\% h_d$: ống dài

$h_c > 5\% h_d$: ống ngắn

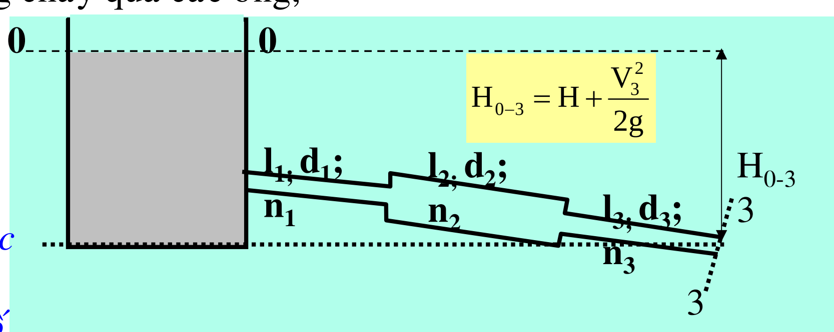
Trong trường hợp ống ngắn, khi tính toán phải tính cả tổn thất h_d lẫn h_c

2. Đường ống mắc nối tiếp (*bỏ qua tổn thất cục bộ*)

Gọi H là tổng tổn thất của dòng chảy qua các ống,

Ta thiết lập được các ptr:

$$H = h_{d1} + h_{d2} + h_{d3}$$
$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$



Ta thấy có 4 thông số thuỷ lực cần xác định: Q, h_{d1}, h_{d2}, h_{d3}, H. Nếu cho trước một thông số, dựa vào hệ phương trình trên ta xác định các thông số còn lại

Ví dụ 1:

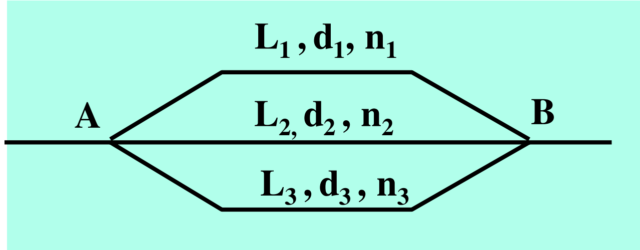
Cho H, tìm Q, h_{d1}, h_{d2}, h_{d3}.

Ta có :

$$H = h_{d1} + h_{d2} + h_{d3} = \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 + \frac{Q_2^2}{K_2^2}L_2 + \frac{Q_3^2}{K_3^2}L_3 = Q^2\sum_{i=1}^{3}\frac{L_i}{K_i^2} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{H}{\sum_{i=1}^{3}\frac{L_i}{K_i^2}}}$$

Sau khi tìm được Q, ta lần lượt tìm h_{d1}, h_{d2}, h_{d3} theo công thức: $h_{di} = \dfrac{Q_i^2}{K_i^2}L_i$

3. Đường ống mắc song song (*bỏ qua tổn thất cục bộ*).



Ta có: $E_A - E_B = H_{AB} = h_{d1} = h_{d2} = h_{d3}$

và $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Cũng giống như bài toán mắc nối tiếp, ở đây cũng có 5 thông số thuỷ lực: Q , Q_1 , Q_2 , Q_3 và H_{AB}.

Ta cũng sẽ tìm bốn thông số còn lại khi biết được một thông số.

Ví dụ 2: Cho Q, tìm Q_1 , Q_2 , Q_3 và H_{AB}.

Từ : $h_{di} = \frac{Q_i^2}{K_i^2} L_i \Rightarrow Q_i = K_i \sqrt{\frac{h_{di}}{L_i}}$ →

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \sqrt{H_{AB}} \sum_{i=1}^{3} \frac{K_i}{\sqrt{L_i}}$$

$$\Rightarrow H_{AB} = \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^{3} \frac{K_i}{\sqrt{L_i}} \right)^2}$$

Sau khi tìm được H_{AB}, ta tính Q_i theo công thức: → $Q_i = K_i \sqrt{\frac{h_{di}}{L_i}}$

Lưu ý: Nếu có tính tới tổn thất cục bộ →

$$E_A - E_B = H_{AB} = h_{d1} + h_{C11} + h_{C12}$$
$$= h_{d2}$$
$$= h_{d3} + h_{C31} + h_{C32}$$

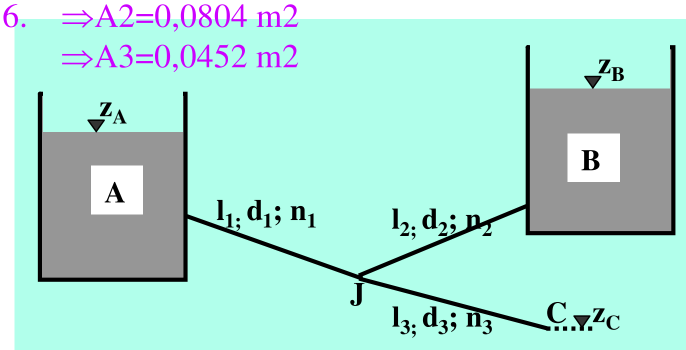
4. Giải bài toán các ống rẽ nhánh nối các hồ chứa (bỏ qua tổn thất cục bộ).

Ví dụ 3: Cho z_C = 2,4m; Q_3=50lít/s; z_B=3,04m. Tìm Q_1; Q_2; z_A.

Cho: L1=1250m; d1=0,4m; n1=0,016. ⇒A1=0,1256 m2

L2=1400m; d2=0,32m; n2=0,016. ⇒A2=0,0804 m2

L3=800m; d3=0,24m; n3=0,02. ⇒A3=0,0452 m2



Giải:

Theo công thức: $K = AC\sqrt{R}$

suy ra: K_1=1,691 m^3/s;

K_2=0,933 m^3/s

K_3=0,347m^3/s

Ta có :

$$h_{d3} = E_J - E_C = E_J - \left(z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g}\right) \Rightarrow E_J = h_{d3} + z_C + \frac{V_C^2}{2g} = \frac{Q_3^2}{K_3^2} L_3 + z_C + \frac{Q_3^2}{A_3^2 2g}$$

Thế số ta được E_J=19,06m > E_B=3.04m nên nước sẽ chảy từ J đến B.

Ta lập được các hệ phương trình sau:

$$\mathbf{Q_1 = Q_2 + Q_3} \quad (1)$$

$$z_A = E_J + h_{d1} = E_J + \frac{Q_1^2}{K_1^2} L_1 \quad (2)$$

$$E_J = z_B + h_{d2} = z_B + \frac{Q_2^2}{K_2^2} L_2 \quad (3)$$

Từ ph trình (3) ta tính được : Q_2 = 100lít/s; Q_1= Q_2 + Q_3 =100+50=150 lít/s.

Từ ph trình (2), tính được: z_A=28,87 m

Ví dụ 4: Cho hệ thống ống nối các bình chứa như hình vẽ. Các thông số thuỷ lực của các đường ống cho như sau:

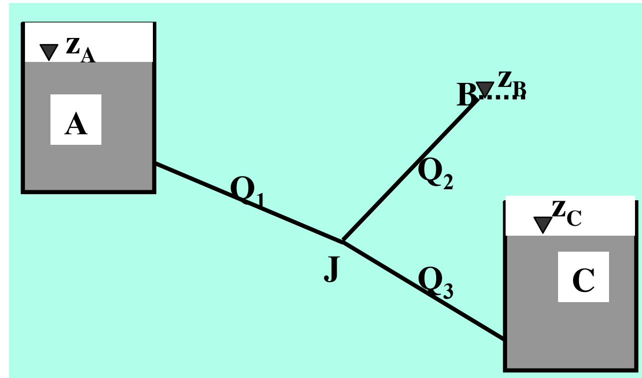
$L_1 = 1000m$; $d_1 = 0,4m$; $n_1 = 0,02$

$L_2 = 800m$; $d_2 = 0,4m$; $n_2 = 0,02$

$L_3 = 500m$; $d_3 = 0,4m$; $n_3 = 0,02$

Cho $z_A = 15m$; $z_B = 7m$; $z_C = 2m$..

Tìm lưu lượng chảy trong 3 ống.



Giải:

Với các số liệu cho trên ta tính được:

$K_1 = K_2 = K_3 = 1,353$ lít/s.

Ta không biết trong ống 2 có dòng chảy không (vì còn tuỳ thuộc vào cột nước năng lượng E_J tại điểm J (nếu $E_J > E_B = z_B$ thì nước chảy từ J đến B; ngược lại, nước không chảy)

Giả sử nước không chảy từ J đến B (nghĩa là $E_J < E_B$). Như vậy ta có $Q_2=0$; $Q_1=Q_3=Q$.

Ta có: $$z_A = E_A = E_J + \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 = E_C + \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 + \frac{Q_3^2}{K_3^2}L_3 = z_C + \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 + \frac{Q_3^2}{K_3^2}L_3$$

Suy ra: $$z_A - z_C = Q^2\left[\frac{L_3}{K_3^2} + \frac{L_1}{K_1^2}\right] \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{z_A - z_C}{\left[\frac{L_3}{K_3^2} + \frac{L_1}{K_1^2}\right]}}$$

Thế số vào ta được $Q = Q1 = Q3 = 126$ lít/s.

Ta tính lại: $E_J = E_A - \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1$ thế số được: $E_J = 6,33m$

Ta thấy $E_J < z_B$ nên nước không thể chảy trong ống 2 từ J đến B là điều hợp lý.

Trong trường hợp đề bài cho $z_B < E_J$ (ví dụ zB=5m) thì giả sử ban đầu không đúng.

Ta phải giả sử lại có nước chảy từ J đến bể B trong ống 2.

Lúc ấy theo phương trình liên tục::

$$Q1 = Q2 + Q3 \qquad (1)$$

Theo phương trình năng lượng:

$$E_J = E_A - \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 \qquad (2)$$

$$E_J = E_B + \frac{Q_2^2}{K_2^2}L_2 = z_B + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{Q_2^2}{K_2^2}L_2 = z_B + Q_2^2\left(\frac{1}{A_2^2 2g} + \frac{L_2}{K_2^2}\right) \qquad (3)$$

$$E_J = E_C + \frac{Q_3^2}{K_3^2}L_3 \qquad (4)$$

Ta thành lập được hệ 4 phương trình, với 4 ẩn số:

Q_1; Q_2; Q_3; và E_J và lần lượt giải được như sau:

Kết hợp phương trình (1) (2) và (4) ta có:

$$E_J = z_A - \frac{(Q_2 + Q_3)^2}{K_1^2}L_1 = z_C + \frac{(Q_3)^2}{K_3^2}L_3 \qquad (5)$$

Kết hợp phương trình (3) và (4) ta có:

$$z_B + Q_2^2\left(\frac{1}{A_2^2 2g} + \frac{L_2}{K_2^2}\right) = z_C + \frac{Q_3^2}{K_3^2}L_3 \qquad (6)$$

Từ phương trình (6) suy ra :

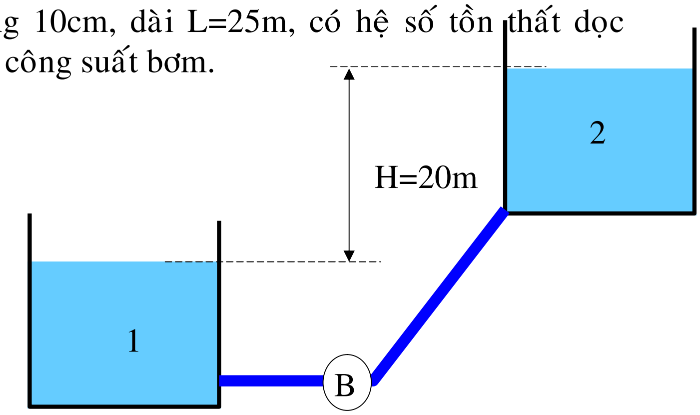
$$Q_3 = \sqrt{\frac{(z_B - z_C) + Q_2^2\left(\frac{1}{A_2^2 2g} + \frac{L_2}{K_2^2}\right)}{L_3}K_3^2} \qquad (7)$$

Thay Q_3 từ (7) vào (5) :

$$z_A - \frac{\left(Q_2 + \sqrt{\frac{(z_B - z_C) + Q_2^2\left(\frac{1}{A_2^2 2g} + \frac{L_2}{K_2^2}\right)}{L_3}K_3^2}\right)^2}{K_1^2}L_1 = z_B + Q_2^2\left(\frac{1}{A_2^2 2g} + \frac{L_2}{K_2^2}\right) \qquad (8)$$

Thế số vào (8) giải ra ta được:
$Q_2 = 24,3$ lít/s.
Thế giá trị Q2 vào (7), giải được: $Q_3 = 109,2$ lít/s.
Và từ (1) ta suy ra:
$Q_1 = 133,5$ lít/s.

Ví dụ 5: Máy bơm nước từ bồn 1 đến bồn 2 như hình vẽ. Đường ống nối hai bồn có đường kính bằng nhau và bằng 10cm, dài L=25m, có hệ số tổn thất dọc đường λ=0.03. H=20m. Q=10 lít/s. Tìm công suất bơm.



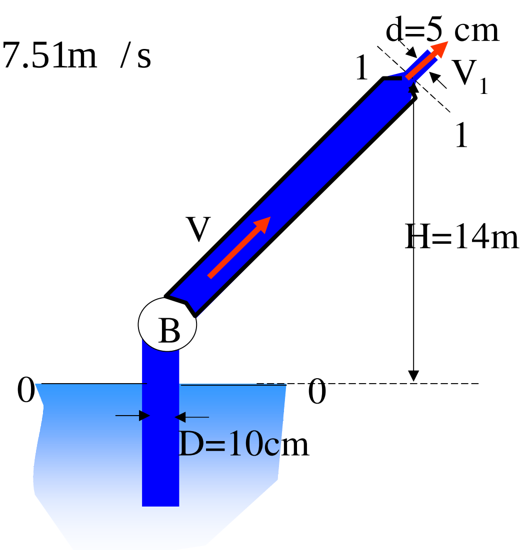
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q4}{\pi d^2} = 1{,}273 m/s$$

$$h_d = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = 0.03 \frac{25}{0.1}\frac{V^2}{2g} = 0.619m$$

$$E_1 + H_B = E_2 + h_d \Rightarrow H_B = E_2 + h_d - E_1 = 20 + 0.619 = 20.619m$$

$$N = \gamma Q H_B = 9.81*1000*10*10^{-3}*20.619 = 2022W$$

Ví dụ 6: Máy bơm nước từ giếng lên hình vẽ. L_h=10m, L_d=5m có hệ số tổn thất dọc đường λ=0.03. H=14m. ξ_v=0.5; ξ_{ch}=0.7. V=30m/s. Tìm Q, h_c,h_d, N.



Giải: $Q = AV_1 = 0.059 m^3/s$ $\qquad V = \frac{Q}{A} = 7.51 m/s$

$$\mathbf{h_{cv} = \xi_v \frac{V^2}{2g} = 0.5 \frac{7.51^2}{2*9.81} = 1.41m}$$

$$\mathbf{h_{ch} = \xi_{ch} \frac{V^2}{2g} = 0.7 \frac{7.51^2}{2*9.81} = 2.04m}$$

$$\mathbf{h_c = h_v + h_{ch} = 3.44m}$$

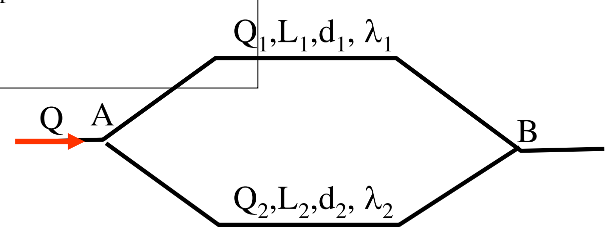
$$\mathbf{h_d = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = 0.03 \frac{15}{0.1}\frac{7.51^2}{2*9.81} = 12.9m}$$

$$\mathbf{h_f = h_c + h_d = 16.34m}$$

$$\mathbf{E_0 + H_B = E_1 + h_f \Rightarrow H_B = \left(z_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) + h_f - z_0 = 14 + \frac{30^2}{2*9.81} + 16.34 = 76.21m}$$

$$N = \gamma Q H_B = 9.81*1000*0.059*76.21 = 44.1KW$$

Ví dụ 7: **L_1=600m; D_1=0.3m;** λ_1=0.02; Q_1=122 lít/s
L_2=460m; D_2=0.47m; λ_2=0.018;
Tính h_{d1}; Q_2 ; Q



$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = 1.762\text{m /s}$$

$$h_{d1} = \lambda_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} = 0.02\frac{600}{0.3}\frac{1.726^2}{2*9.81} = 6.08\text{m}$$

$$h_{d1} = h_{d2} = \lambda_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow V_2 = \sqrt{h_{d1}\frac{D_2}{L_2}\frac{2g}{\lambda_2}} = 2.56\text{m/s}$$

$$\Rightarrow Q_2 = V_2 A_2 = 0.44\text{m}^3/\text{s} \qquad \Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 = 0.562\text{m}^3/\text{s}$$

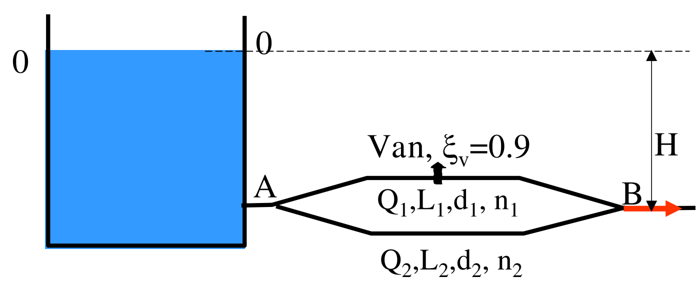
Ví dụ 8: **L_1=600m; D_1=0.3m;** λ_1=0.02;
L_2=460m; D_2=0.47m; λ_2=0.018;
Cho Δp_{AB}=500Kpa; Tìm Q_1 ; Q_2

$$E_A = E_B + h_{d1} \Rightarrow h_{d1} = E_A - E_B = \frac{500*1000}{9.81*1000} = 50.97\text{m}$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{h_{d1}\frac{D_1}{L_1}\frac{2g}{\lambda_1}} = \sqrt{50.97\frac{0.3}{600}\frac{2*9.81}{0.02}} = 5\text{m/s} \qquad \Rightarrow Q_1 = V_1 A_1 = 0.353\text{m}^3/\text{s}$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{h_{d1}\frac{D_2}{L_2}\frac{2g}{\lambda_2}} = \sqrt{50.97\frac{0.47}{460}\frac{2*9.81}{0.018}} = 7.534\text{m/s} \qquad \Rightarrow Q_2 = V_2 A_2 = 1.307\text{m}^3/\text{s}$$

Ví dụ 9:
L1=600m; D1=0.2m; n1=0.02;
L2=460m; D2=0.2m; n2=0.02;
Chỉ tính tới tổn thất cục bộ tại van.
Cho H=10m; Tính Q1; Q2 ; Q



Giải:

$$\mathbf{E_0 = E_B + h_{d1} + h_{cv} \Leftrightarrow z_0 = z_B + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 + \xi_v\frac{V_1^2}{2g} \Leftrightarrow H = \frac{Q^2}{2gA^2} + \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 + \frac{Q_1^2}{2gA^2}} \qquad (1)$$

$$\mathbf{h_{f1} = h_{f2} \Leftrightarrow h_{d1} + h_{cv} = h_{d2} \Leftrightarrow \frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1 + \xi_v\frac{Q_1^2}{2gA^2} = \frac{Q_2^2}{K_2^2}L_2} \qquad (2)$$

$$\mathbf{Q = Q_1 + Q_2} \qquad (3) \longrightarrow \qquad Q = Q_1 + FQ_1 = 2.144Q_1 \qquad (4)$$

$$(2) \longrightarrow \quad \mathbf{Q_1^2\left(\frac{L_1}{K_1^2} + \frac{\xi_v}{2gA^2}\right) = Q_2^2\frac{L_2}{K_2^2} \Rightarrow Q_2 = Q_1\sqrt{\left(\left(\frac{L_1}{K_1^2} + \frac{\xi_v}{2gA^2}\right)\frac{K_2^2}{L_2}\right)} = F.Q_1}$$

Với F=1.144

$$(1,4) \longrightarrow \quad \mathbf{H = \frac{Q^2}{2gA^2} + Q_1^2\left(\frac{L_1}{K_1^2} + \frac{1}{2gA^2}\right) = \frac{2.144^2 Q_1^2}{2gA^2} + Q_1^2\left(\frac{L_1}{K_1^2} + \frac{1}{2gA^2}\right)}$$

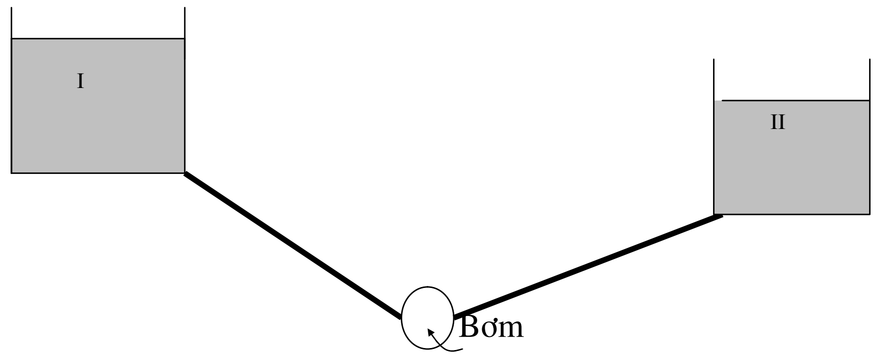
$$\longrightarrow \quad \mathbf{Q_1 = \sqrt{\frac{H}{\frac{2.144^2}{2gA^2} + \left(\frac{L_1}{K^2} + \frac{1}{2gA^2}\right)}} = 0.027\text{m}^3/\text{s}}$$

$$\mathbf{\Rightarrow Q_2 = 1.144 * Q_1 = 0.03\,m^3/s}$$

$$\mathbf{\Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 = 0.057\,m^3/s}$$

Ví dụ tự giải:

Một hệ thống hai bồn chứa và bơm như hình vẽ, cao trình tại mặt thoáng bồn I là 15 m . Hai đường ống nối từ bồn chứa đến bơm có cùng chiều dài L = 20 m, cùng đường kính d = 10 cm và cùng độ nhám n = 0,02. Nếu bơm cung cấp công suất N = 300 W cho dòng chảy thì để lưu lượng chảy về bồn II là 15 lít/s, Tính cao trình mặt thoáng bồn II



Đáp số :

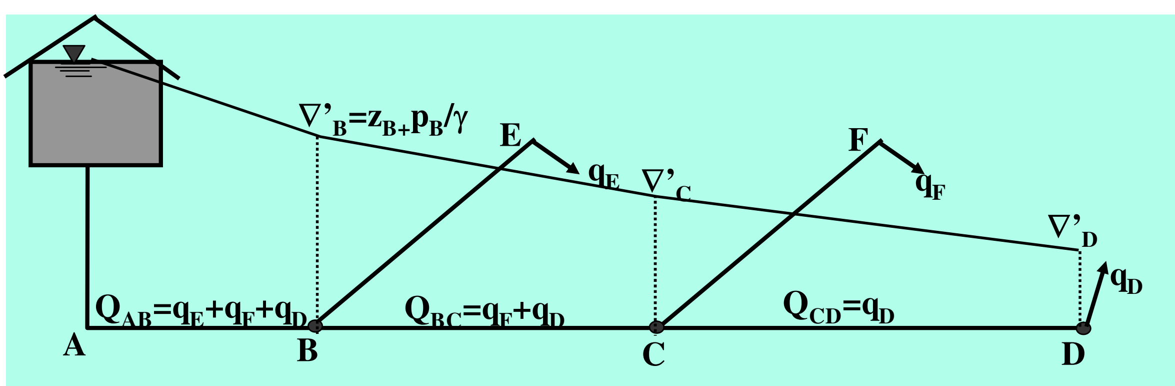
z1	L	d	n	N	Q	R	K	hd	Hb	z2
15	20	0.1	0.02	300	0.015	0.025	0.034	7.98367	2.04	9.05506

5. Bài toán đường ống phân nhánh:*(bỏ qua tổn thất cục bộ).*

Xác định cao trình tháp nước ∇ và kích thước các đường ống.

Cho: q_E, q_F, q_D, L_{AB}; L_{BC}; L_{CD};

Cao trình cột áp các điểm: ∇'_D; ∇'_B; ∇'_F;



Trình tự giải:

1. Chọn đường ống chính ABCD, sau đó tính lưu lượng trên từng đoạn ống như hình vẽ.
2. Tính h_{dAB}, h_{dBC}; h_{dCD}; bằng cách chọn trước kích thước các đường ống, và tính theo công thức sau: $$h_{di} = \frac{Q_i^2}{K_i^2}L_i \qquad \text{trong đó} \qquad K_i = A_iC_i\sqrt{R_i}$$
3. $\nabla_{thap} = \nabla'_D + h_{dAB} + h_{dBC} + h_{dCD}$

Ghi chú: Sau khi tính xong, phải kiểm tra lại xem cao trình cột áp tại các nút rẽ nhánh có đảm bảo không, nghĩa là phải thoả điều kiện:

$$\nabla'_B > \nabla'_E \; ; \text{ và } \nabla'_C > \nabla'_F$$

4. Nếu cao trình cột áp tại các nút rẽ nhánh thoả đ. kiện trên , ta tiến hành tính các kích thước của các nhánh phụ như sau:

$$h_{dBE} = \nabla'_B - \nabla'_E \qquad h_{dCF} = \nabla'_C - \nabla'_F$$

Và từ $h_{di} = \frac{Q_i^2}{K_i^2} L_i$ ta suy ra đường kính các nhánh phu

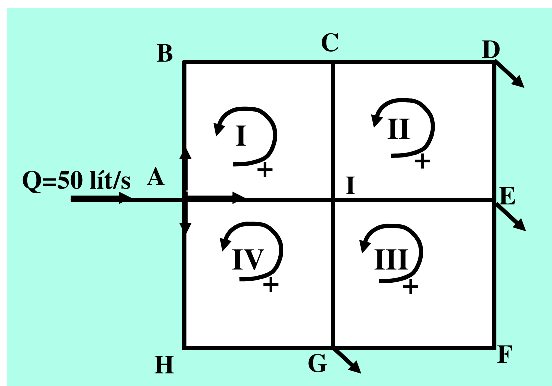
Bài toán ngược:
Giả sử cả hệ thống như trên đã có sẵn (có tháp, có hệ thống các đường ống). Ta kiểm tra lại xem có đáp ứng yêu cầu không. Nếu không sẽ tiến hành sữa chữa lại hệ thống (thay ống mới hoặc nâng cộp áo của tháp lên).

Trình tự:

1. Xác định tổng tổn thất: H=∇'tháp - ∇'D. Từ đó suy ra độ dốc thủy lực trung bình cho cả đường ống chính: $J_{TB} = \frac{H}{\sum L}$
2. Xem J_{TB} là độ dốc thuỷ lực cho từng đoạn, suy ra: $K_{AB} = \frac{Q_{AB}}{\sqrt{J_{TB}}} ; K_{BC} = \frac{Q_{BC}}{\sqrt{J_{TB}}}$ v....v. sau đó suy ra kích thước đường ống.
3. Trên các đoạn nhánh phụ, giải tương tự như bài toán 1 để tìm d.

6. Bài toán đường ống mạch kín:

Cho Q vào , lưu lượng lấy ra tại các nút (nếu có), các kích thước và độ nhám của các nhánh. Tìm lưu lượng và chiều dòng chảy trong mỗi nhánh.



Hai Điều kiện để giải bài toán là:

1. Tại mỗi nhánh: $\sum Q_{\text{đến}} = \sum Q_{\text{đi}}$
2. Chọn chiều dương cho mỗi vòng, với quy ước: *dòng chảy thuận chiều dương thì tổn thất mang dấu cộng, ngược lại mang dấu trừ*. Ta có:

$$\sum_{\text{vòngkín}} h_{di} = 0$$

Trình tự giải:

1. Chọn chiều dương cho mỗi vòng (hình vẽ). Tự phân bố lưu lượng Q' và chiều dòng chảy trên các nhánh sao cho thoả mãn điều kiện 1.
2. Tiến hành hiệu chỉnh lưu lương trên các nhánh cho từng vòng (làm theo thứ tự từ vòng 1 đến vòng cuối cùng) để htoả mãn điều kiện 2 bằng phương pháp Hardy-Cross.
3. Sau khi hiệu chỉnh lưu lượng cho vòng một xong, tiến hành hiệu chỉnh như trên cho vòng 2,3,...,n
4. Lặp lại quá trình trên đến khi tất cả lưu lượng và tổn thất cho các vòng đều thoả hai điều kiện đã nêu ở đầu bài

Ghi chú:

Theo phương pháp Hardy-Cross, công thức tính h_d cần có dạng sau: $h_d = kQ^x$

Trong bài toán, ta sử dụng công thức tính h_d: $\mathbf{h_d = \frac{Q^2}{K^2}L}$

so sánh với dạng nêu trên, ta có $k=L/K^2$ và $x=2$.

Tìm *lưu lượng hiệu chỉnh:*

Gọi ΔQ là lưu lượng hiệu chỉnh cho một vòng (ví dụ vòng I). Để đảm bảo được sự liên tục cho các nút ΔQ cho mỗi vòng phải là hằng số.

Lưu lượng thật cho nhánh thứ i trong vòng một là: $Q_i = Q'_i + \Delta Q_I$.

Ta có: $h_{di} = k_i Q_i^x = k_i (Q'_i + \Delta Q_I)^x = k_i (Q'^x_i + x Q^{x-1}_i \Delta Q_I + x Q^{x-2}_i \Delta Q^2_I + \ldots + \Delta Q^x_I)$

$\approx k_i (Q'^x_i + x Q^{x-1}_i \Delta Q_I) = 0$

Để đảm bảo điều kiện 2:

$$\sum_{\text{voøngI}} \mathbf{h_{di} = 0} \Leftrightarrow \sum_{\text{voøngI}} \mathbf{k_i (Q'^x_i + xQ'^{x-1}_i \Delta Q_I) = 0}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{\text{voøngI}} \mathbf{k_i Q'^x_i} + \sum_{\text{voøngI}} \mathbf{k_i x Q'^{x-1}_i \Delta Q_I = 0}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{x \Delta Q_I} \sum_{\text{voøngI}} \mathbf{k_i Q'^{x-1}_i} = -\sum_{\text{voøngI}} \mathbf{k_i Q'^x_i} = -\sum_{\text{voøngI}} \mathbf{h'_{di}}$$

$$\longrightarrow \boxed{\Delta Q_I = \frac{-\sum\limits_{\text{vòngI}} h'_{di}}{x \sum\limits_{\text{vòngI}} k_i Q'^{x-1}_i}}$$

Sau khi tìm được ΔQ_I, tiến hành hiệu chỉnh lưu lượng cho vòng 1 **(ghi chú rằng ΔQ_I có thể âm hoặc dương).**