

# chương 9. Nhiễu xuyên giữa các ký hiệu (InterSymbol Interference)

9.1. Tổng quan về nhiễu xuyên

9.2. Buộc ảnh hưởng của nhiễu xuyên giữa các ký hiệu về 0 (Ép ISI về 0)

9.3. Chấp nhận nhiễu xuyên giữa các ký hiệu ở mức kiểm soát được (Điều chế nhị phân kép Duobinary Modulation)

9.4. Chấp nhận nhiễu xuyên giữa các ký hiệu và thiết kế tốt bộ giải điều chế (Cực đại hóa sự tương đồng Maximum Likelihood Estimation)

# 9.1. Tổng quan về ISI

- Các tiếp cận để xử lý ảnh hưởng của ISI:
  - Loại bỏ ảnh hưởng của ISI (hay ép ảnh hưởng của ISI về 0). Tiếp cận này yêu cầu tiêu chuẩn Nyquist phải được thỏa mãn
  - Chấp nhận có ISI nhưng ở mức kiểm soát được. Tiếp cận này còn được gọi là tiếp cận tạo tín hiệu có đáp ứng cục bộ (Partial response signaling).
  - Chấp nhận nhiễu xuyên giữa các ký hiệu và thiết kế tốt bộ giải điều chế.

# 9.1. Tổng quan về ISI

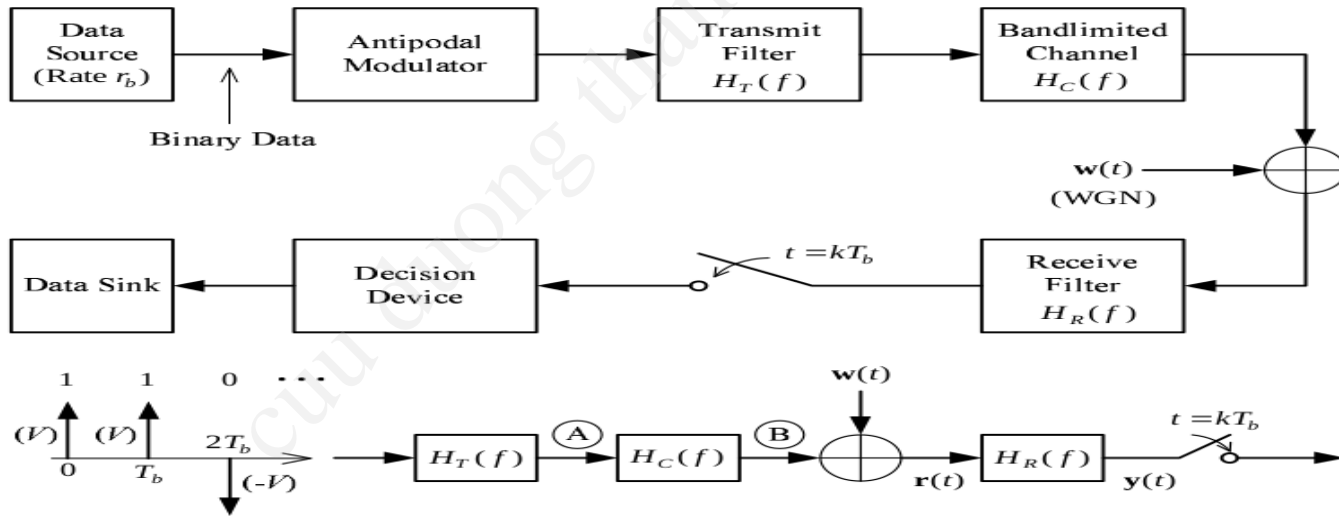
- Các chương trước chỉ xem xét vấn đề quyết định thu với kênh có nhiễu nhưng dải thông của kênh được coi là không hạn chế.
- Trong thực tế, các kênh đều có dải thông hữu hạn. Việc giới hạn băng thông của kênh không chỉ bởi đặc tính của môi trường của kênh mà còn phụ thuộc cả vào nguồn (tốc độ tạo tin hữu hạn..)
- Ảnh hưởng chung của sự giới hạn băng thông đến tín hiệu có khoảng thời gian hữu hạn (tín hiệu xung, số) là làm cho tín hiệu bị kéo dài ra => tín hiệu được truyền trong một khe thời gian sẽ bị xuyên lẫn sang với tín hiệu ở trong các khe thời gian khác. Hiện tượng này được gọi là nhiễu xuyên giữa các ký hiệu (InterSymbol Interference ISI). Mỗi tín hiệu trong một khe thời gian được coi là tín hiệu chứa một ký hiệu
- Kênh có băng thông hữu hạn sẽ có cả nhiễu cộng (Gaussian) và ISI => Cấu trúc thu phải xử lý cả hai ảnh hưởng này

# 9.1. Tổng quan về ISI

- Các tiếp cận để xử lý ảnh hưởng của ISI:
  - Loại bỏ ảnh hưởng của ISI (hay ép ảnh hưởng của ISI về 0). Tiếp cận này yêu cầu tiêu chuẩn Nyquist phải được thỏa mãn
  - Chấp nhận có ISI nhưng ở mức kiểm soát được. Tiếp cận này còn được gọi là tiếp cận tạo tín hiệu có đáp ứng cục bộ (Partial response signaling).
  - Chấp nhận nhiễu xuyên giữa các ký hiệu và thiết kế tốt bộ giải điều chế.

# 9.1. Tổng quan về ISI

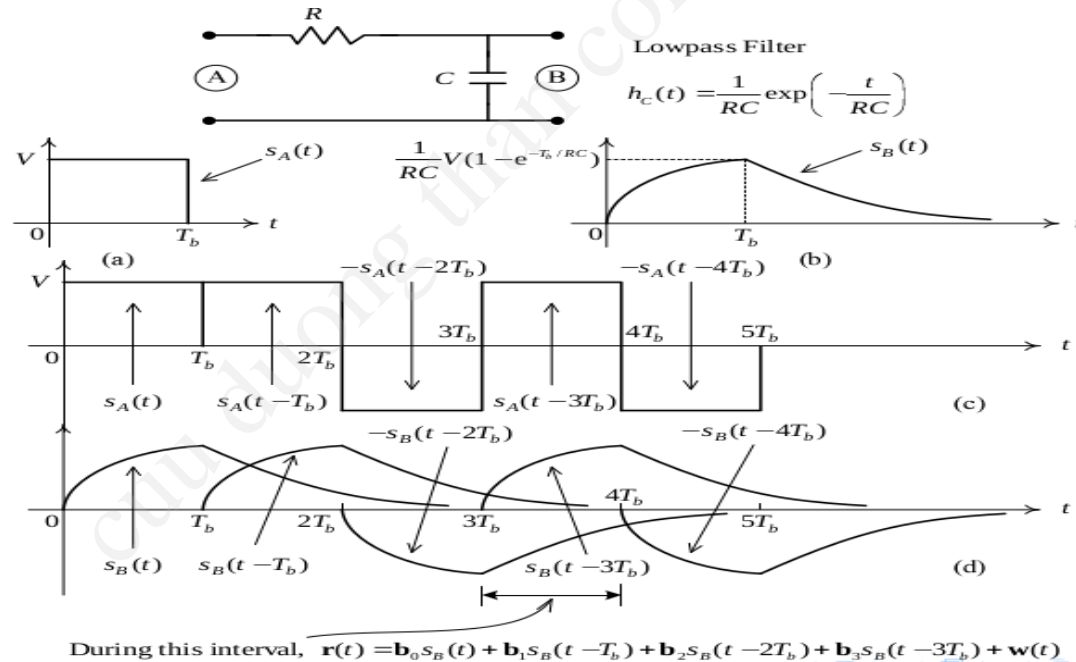
- Mô hình của hệ thống truyền thông gồm nguồn dữ liệu (bao gồm cả mã hóa nguồn) tạo ra chuỗi dữ liệu nhị phân. Chuỗi dữ liệu nhị phân sẽ qua bộ điều chế tạo tín hiệu ngược cực rồi đưa vào máy phát tạo ra tín hiệu để truyền. Kênh được xem là có bộ lọc giới hạn băng thông và nhiễu cộng Gaussian. Phía thu có bộ giải điều chế để quyết định tín hiệu được phát và chuyển nó về chuỗi dữ liệu nhị phân chuyển cho nơi nhận dữ liệu.



# 9.1. Tổng quan về ISI

- Hệ thống truyền thông sẽ được xem gồm 3 hệ lọc nối tiếp nhau: bộ lọc phát  $h_T(t)$ ,  $h_C(t)$  và  $h_R(t)$ . Đáp ứng xung chung của hệ là  $s_R(t) = h_T(t) * h_C(t) * h_R(t)$

- Ví dụ về ISI:



# 9.2. Ép ảnh hưởng của ISI về 0.

(Thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist)

- Tín hiệu ra của hệ thống truyền thông khi tín hiệu vào  $b_k$  với đáp ứng xung của hệ thống

$$s_R(t) = h_T(t) * h_C(t) * h_R(t) \quad s_R(0) = 1$$

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{b}_k s_R(t - kT_b) + \mathbf{w}_o(t).$$

- Giả sử tín hiệu vào ở chu kỳ truyền thứ  $k$ :

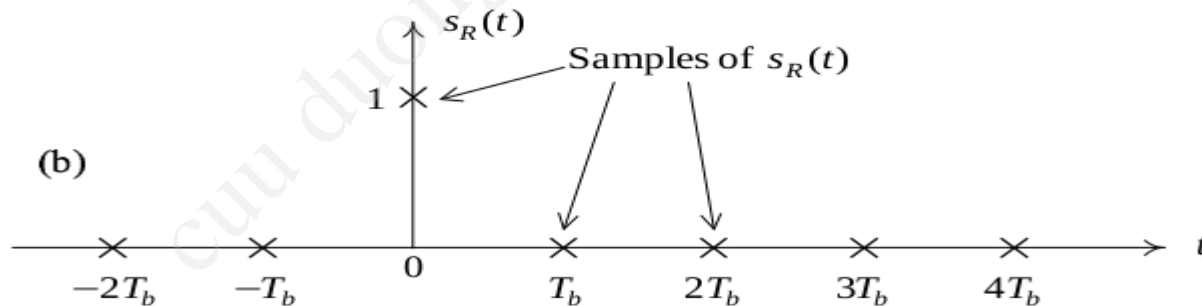
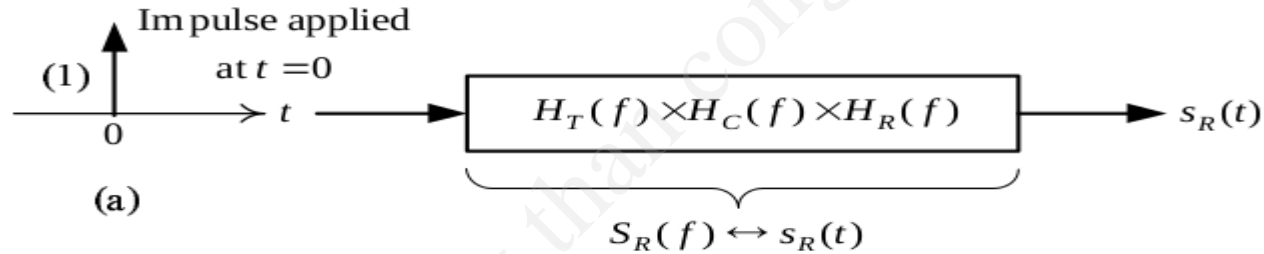
$$\mathbf{b}_k = \begin{cases} V & \text{if the } k\text{th bit is "1"} \\ -V & \text{if the } k\text{th bit is "0"} \end{cases}$$

- Tín hiệu ra xét ở chu kỳ thứ  $m$  là:

$$\mathbf{y}(mT_b) = \mathbf{b}_m + \underbrace{\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq m}}^{\infty} \mathbf{b}_k s_R(mT_b - kT_b)}_{\text{ISI term}} + \mathbf{w}_o(mT_b)$$

## 9.2. Tiêu chuẩn Nyquist cho ISI bằng 0

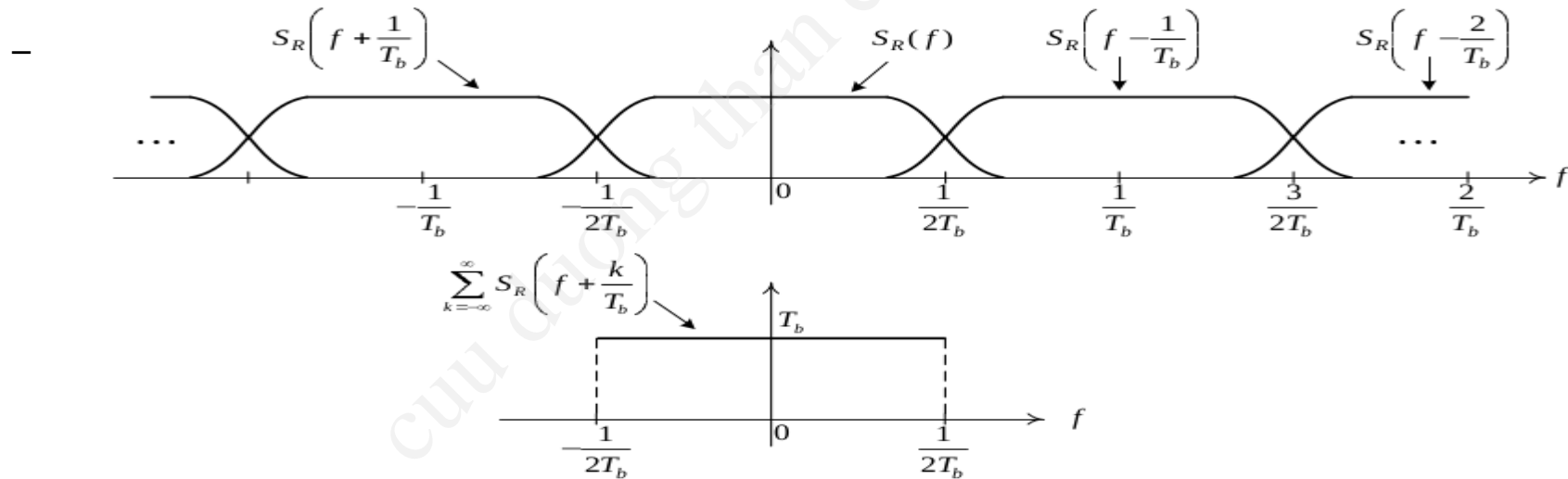
- Trong không gian thời gian để thành phần ISI không xuất hiện thì đáp ứng xung của cả hệ thống phải là xung đơn vị





## 9.2. Tiêu chuẩn Nyquist cho ISI = 0

- Trong không gian tần số thì đáp ứng tần số của kênh là không đổi với mọi tần số (phổ trắng). Phổ của tín hiệu ra cho mỗi chu kỳ bit sẽ nằm trong vùng rộng  $1/(2T_b)$ :

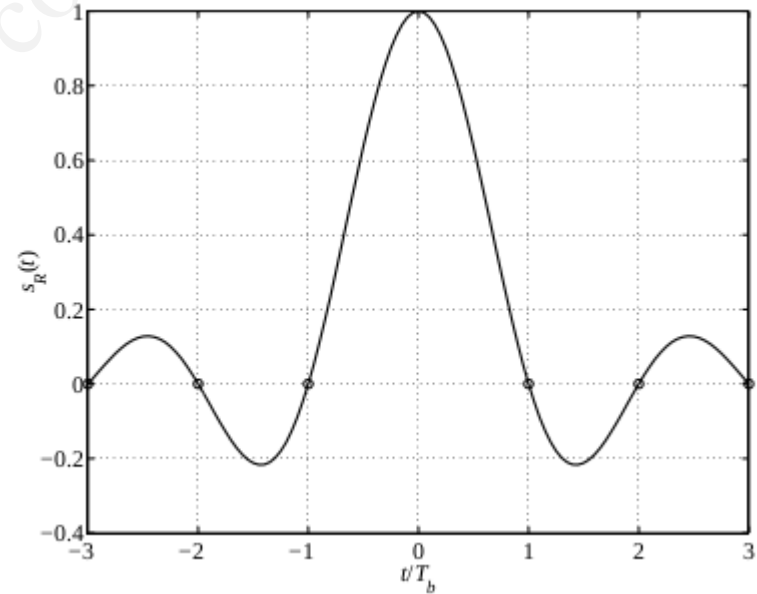
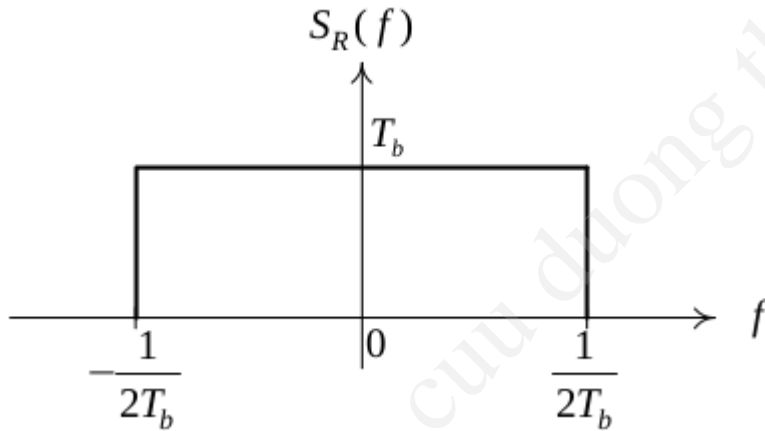


## 9.2. Tiêu chuẩn Nyquist cho ISI = 0

- Với băng thông của kênh là  $W$ , hệ thống được xem là sẽ sử dụng của số chữ nhật (phổ không đổi với mọi tần số) để lọc lấy phổ của tín hiệu ở 1 chu kỳ phổ. Phổ được lọc ra sẽ gồm phổ của chu kỳ xét và các chu kỳ khác ảnh hưởng đến nó.
  - If  $W < \frac{1}{2T_b} \Rightarrow$  ISI terms cannot be made zero.
  - If  $W = \frac{1}{2T_b} \Rightarrow S_R(f) = T_b$  over  $f \leq |\frac{1}{2T_b}|$ ,  $s_R(t) = \frac{\sin(\pi t/T_b)}{(\pi t/T_b)}$
  - If  $W > \frac{1}{2T_b} \Rightarrow$  Infinite number of  $S_R(f)$  to achieve zero ISI.

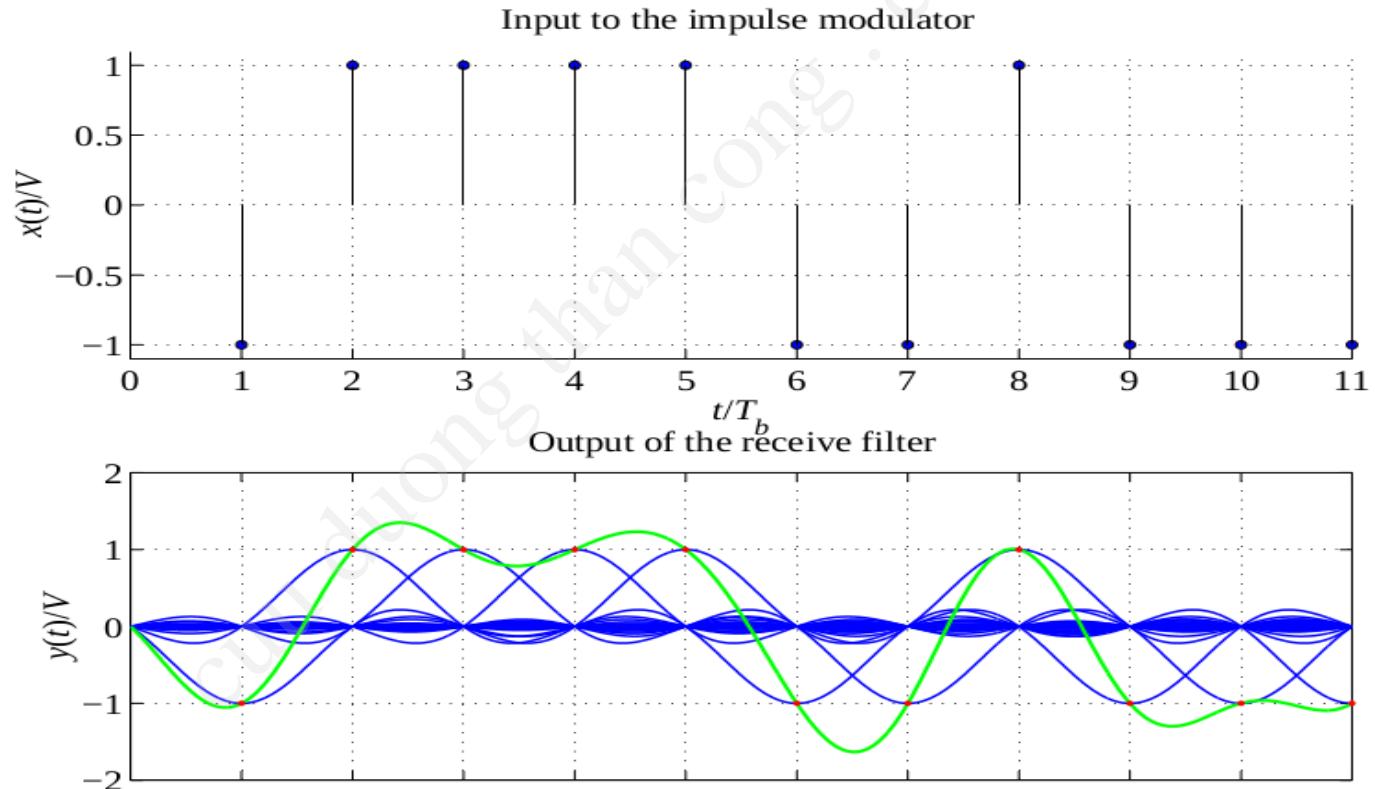
## 9.2. Ép ISI về 0

- Khi  $W = 1/(2T_b)$  đáp ứng xung của đáp ứng tần số không đổi là hàm dạng  $\text{sinc}$ , nên nếu bộ lấy mẫu giá trị của tín hiệu ra không đảm bảo đồng bộ thì ISI vẫn xảy ra.



# 9.2. Ép ISI về 0

- Ví dụ:

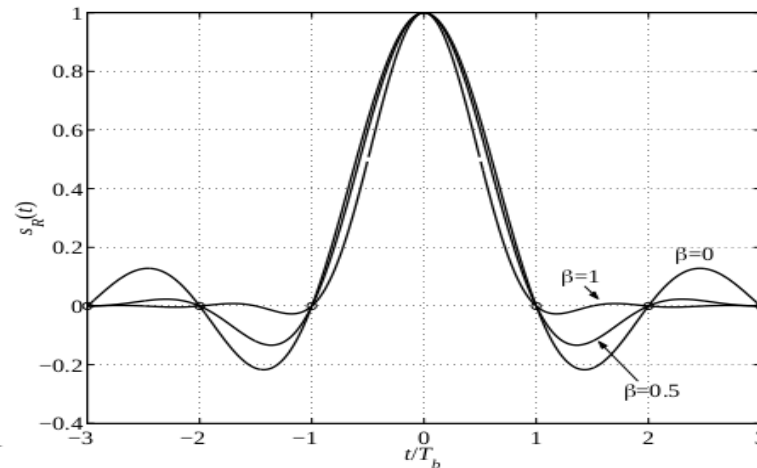
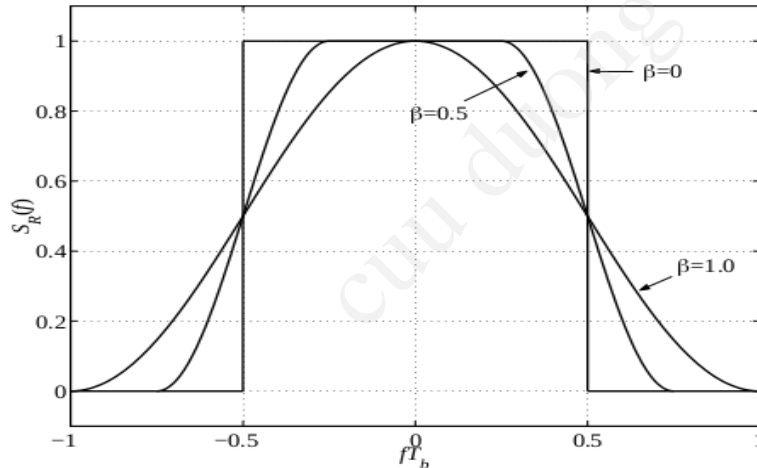


# 9.2. Ép ISI về 0

- Để giảm yêu cầu đồng bộ điểm lấy mẫu và giảm ảnh hưởng của ISI, sử dụng đặc tính tần số dạng cosin bình phương

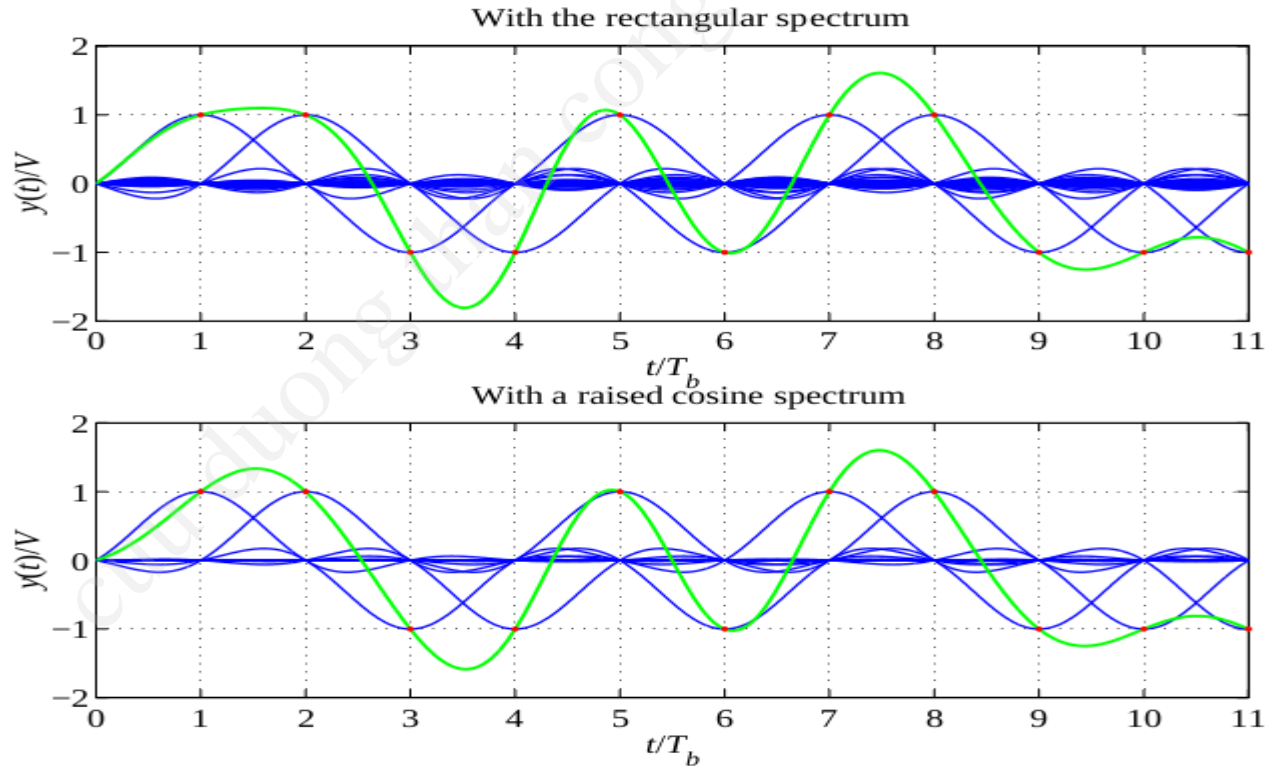
$$S_R(f) = S_{RC}(f) = \begin{cases} T_b, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_b} \\ T_b \cos^2 \left[ \frac{\pi T_b}{2\beta} \left( |f| - \frac{1-\beta}{2T_b} \right) \right], & \frac{1-\beta}{2T_b} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_b} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\beta}{2T_b} \end{cases} .$$

$$s_R(t) = s_{RC}(t) = \frac{\sin(\pi t/T_b)}{(\pi t/T_b)} \frac{\cos(\pi \beta t/T_b)}{1 - 4\beta^2 t^2/T_b^2} = \text{sinc}(t/T_b) \frac{\cos(\pi \beta t/T_b)}{1 - 4\beta^2 t^2/T_b^2} .$$



# 9.2. Ép ISI về 0

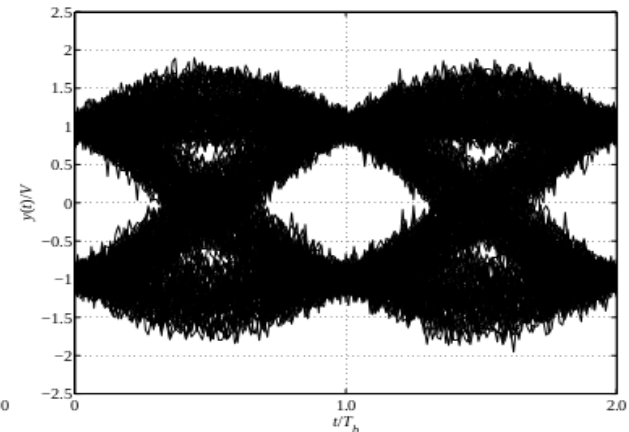
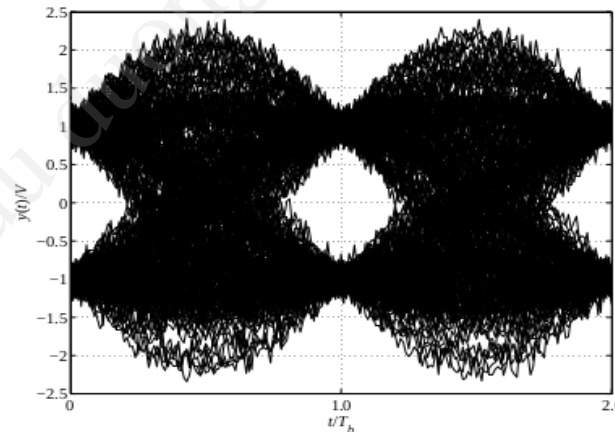
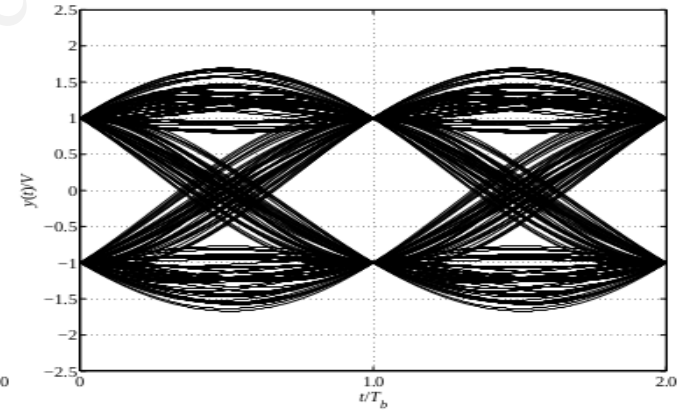
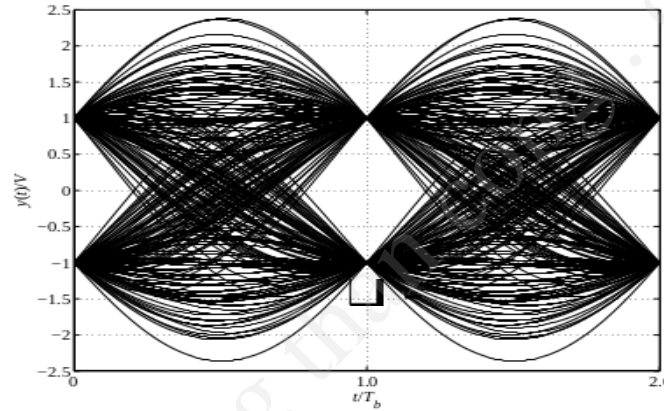
- Ví dụ so sánh sử dụng đặc tính tần số chữ nhật với sử dụng đặc tính tần số cosin bình phương



# 9.2. ÉP ISI về 0

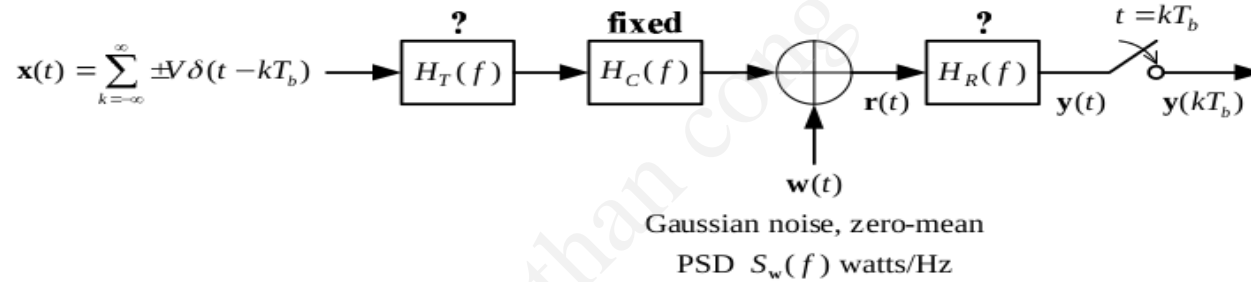
- Eye Diagrams

- Trái: Chữ nhật,
- Phải:  $\beta = 0.35$ .
- Bên dưới :
  - SNR = 20 dB



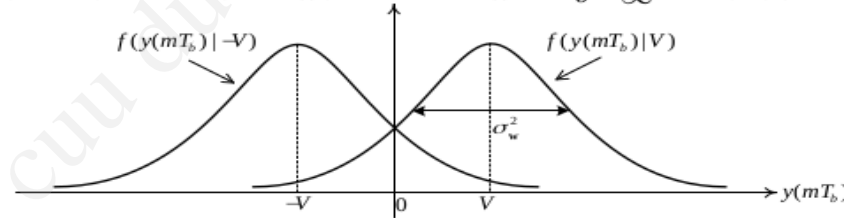
# 9.2. Ép ISI về 0

- Thiết kế đặc tính tần số cho máy thu và máy phát.



$$y(mT_b) = \pm V + \mathbf{w}_o(mT_b),$$

where  $\mathbf{w}_o(mT_b) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ , with  $\sigma_w^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_w(f) |H_R(f)|^2 df$ .



Since  $P[\text{error}] = Q\left(\frac{V}{\sigma_w}\right) \Rightarrow$  Need to maximize  $\frac{V^2}{\sigma_w^2}$ .



## 9.2. Ép ISI về 0

- Bài toán thiết kế: Với công suất tín hiệu vào và công suất nhiễu đã xác định, Đặc tính tần số của kênh  $H_C(f)$  và đặc tính tần số cả hệ thống  $S_R(f)$  đã cố định trước, cần xác định đặc tính tần số của máy thu và máy phát sao cho cực đại hóa được tỷ số  $\frac{V^2}{\sigma_w^2}$ .

$$P_T = \frac{V^2}{T_b} \int_{-\infty}^{\infty} |H_T(f)|^2 df \quad (\text{watts}) \quad \sigma_w^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_w(f) |H_R(f)|^2 df$$

- Nghịch đảo của tỷ số SNR cực tiểu sẽ cho tỷ số SNR cực đại.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_w^2}{V^2} &= \frac{1}{P_T T_b} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |H_T(f)|^2 df \right] \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_w(f) |H_R(f)|^2 df \right] \\ &= \frac{1}{P_T T_b} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S_R(f)|^2}{|H_C(f)|^2 |H_R(f)|^2} df \right] \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_w(f) |H_R(f)|^2 df \right]. \end{aligned}$$

- Áp dụng bất đẳng thức Cauchy- Schwartz ( $|A \cdot B| \leq |a| \cdot |B|$ ) thì  $1/\text{SNR}$  sẽ tối thiểu khi hai tích phân thành phần bằng nhau hay hai biểu thức trong hai tích phân thành phần bằng nhau. Suy ra:

$$|H_R(f)|^2 = \frac{K |S_R(f)|}{\sqrt{S_w(f) |H_C(f)|}}, \quad |H_T(f)|^2 = \frac{|S_R(f)| \sqrt{S_w(f)}}{K |H_C(f)|}.$$

# 9.2. Ép ISI về 0

**Example:** Transmission rate  $r_b = 3600$  bits/sec,  $P[\text{bit error}] \leq 10^{-4}$ . Channel model:  $H_C(f) = 10^{-2}$  for  $|f| \leq 2400$  Hz and  $H_C(f) = 0$  for  $|f| > 2400$  Hz. Noise model:  $S_w(f) = 10^{-14}$  watts/Hz,  $\forall f$  (white noise).

- (a) Since  $r_b = 3600$  bits/sec and  $W = 2400$  Hz, choose a raised-cosine spectrum with  $\beta \frac{r_b}{2} = 600$  or  $\beta = \frac{1}{3}$ .

$$S_R(f) = \begin{cases} \frac{1}{3600}, & |f| < (1 - \beta) \frac{r_b}{2} = 1200 \text{ Hz} \\ \frac{1}{3600} \cos^2 \left[ \frac{\pi}{2400} (|f| - 1200) \right], & 1200 \text{ Hz} \leq |f| \leq 2400 \text{ Hz} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

- (b)  $|H_T(f)| = K_1 |S_R(f)|^{1/2}$  and  $|H_R(f)| = |S_R(f)|^{1/2}$ . Since  $|H_T(f)||H_C(f)||H_R(f)| = |S_R(f)|$ . Evaluated at  $f = 0$  gives  $\frac{1}{\sqrt{3600}} K_1 (10^{-2}) \frac{1}{\sqrt{3600}} = \frac{1}{3600}$ , or  $K_1 = 100$ .

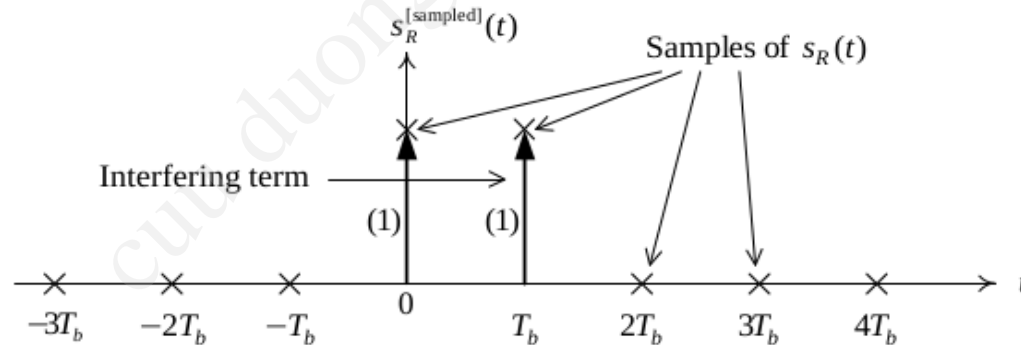
- (c)  $Q \left( \sqrt{\left( \frac{V^2}{\sigma_w^2} \right)_{\max}} \right) \leq 10^{-4} \Rightarrow \left( \frac{V^2}{\sigma_w^2} \right)_{\max} \geq 14.04 \approx 14$ .

$$P_T = \frac{1}{T_b} \left( \frac{V^2}{\sigma_w^2} \right)_{\max} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S_R(f)| \sqrt{S_w(f)}}{|H_C(f)|} df \right]^2 = 3600 \times 14 \times \frac{10^{-14}}{10^{-4}} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |S_R(f)| df \right]^2$$

But  $\int_{-\infty}^{\infty} |S_R(f)| df = s_R(t)|_{t=0} = 1$ . Therefore  $P_T = 5 \mu\text{watts}$ .

## 9.3. Chấp nhận ISI ở mức kiểm soát được (DuoBinary Modulation)

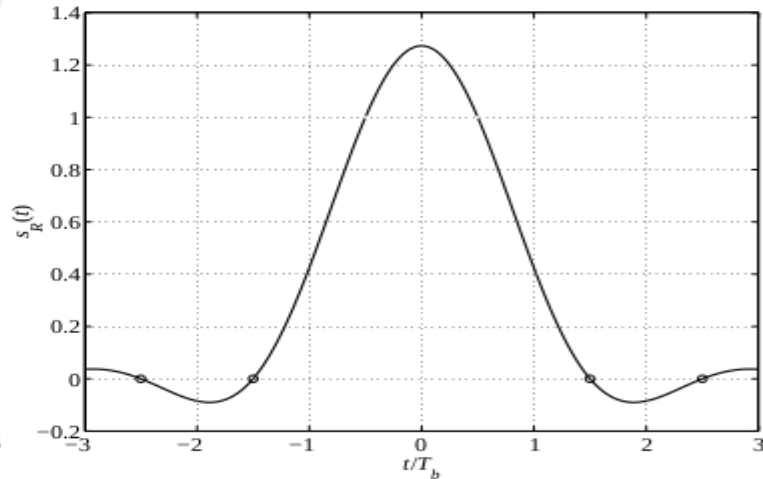
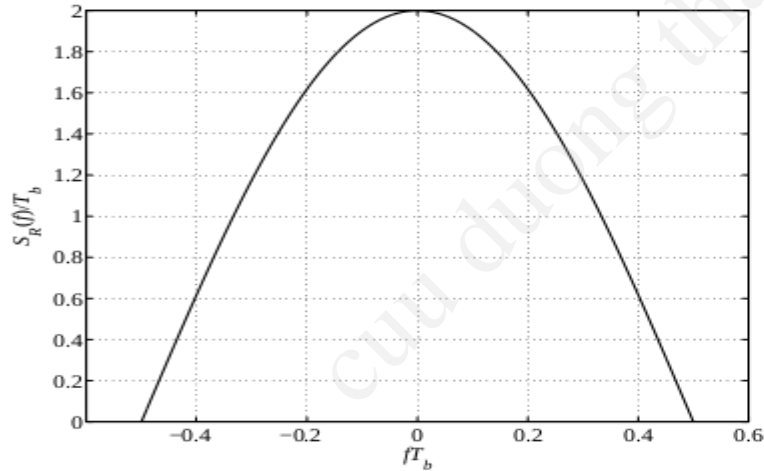
- Khi băng thông của kênh đủ hẹp thì việc chỉ sử dụng đặc tính tần số của kênh bằng phẳng là không đủ.
- Trong trường hợp ISI xuất hiện nhưng ở mức độ kiểm soát được thì giải pháp điều chế nhị phân kép (Duobinary modulation) có thể được sử dụng để chống ISI.
- ISI ở mức kiểm soát được ứng với trường hợp ISI chỉ do ký hiệu trước ảnh hưởng đến ký hiệu sau, hay đặc tính xung của hệ thống có dạng:



# 9.3. ISI ở mức kiểm soát được

- Đặc tính tần số của hệ thống vẫn được chọn là dạng cosin bình phương

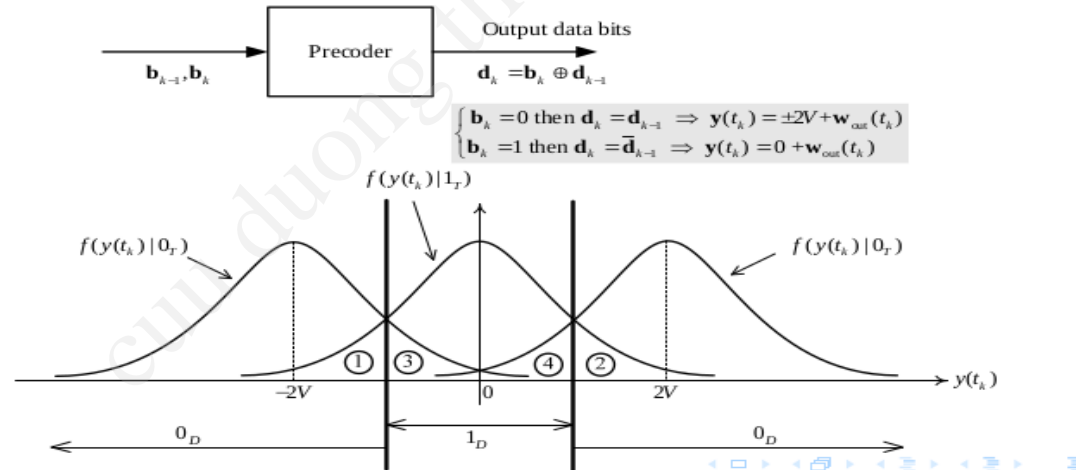
$$S_R(f) = \begin{cases} 2T_b \cos(\pi f T_b), & -\frac{1}{2T_b} \leq f \leq \frac{1}{2T_b} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad s_R(t) = \frac{\cos(\pi t / T_b)}{\pi \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{t}{T_b} \right)^2 \right]}$$



# 9.3. ISI ở mức kiểm soát được

- Vì tín hiệu ra bị ISI từ ký hiệu trước nên có thể sử dụng bộ tiền mã hóa (precoder) để thực hiện phép toán ngược lại để xử lý ISI.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(t_k) &= \mathbf{V}_k + \mathbf{V}_{k-1} + \mathbf{w}_o(t_k), \text{ where } t_k = kT_b - \frac{T_b}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \\
 &= \begin{cases} 2V + \mathbf{w}_o(t_k), & \text{if bits } k \text{ and } (k-1) \text{ are both "1"} \\ 0 + \mathbf{w}_o(t_k), & \text{if bits } k \text{ and } (k-1) \text{ are different} \\ -2V + \mathbf{w}_o(t_k), & \text{if bits } k \text{ and } (k-1) \text{ are both "0"} \end{cases}
 \end{aligned}$$



# 9.3. ISI ở mức kiểm soát được

- Xác suất thu sai.

- $P[\mathbf{y}(t_k) = -2V] = P[\mathbf{y}(t_k) = 2V] = \frac{1}{4}$ ;  $P[\mathbf{y}(t_k) = 0] = \frac{1}{2}$ .

$$P[\text{error}] \approx \frac{1}{4} \text{area} \textcircled{4} + \frac{1}{2} [\text{area} \textcircled{1} + \text{area} \textcircled{2}] + \frac{1}{4} \text{area} \textcircled{3} = \frac{3}{2} Q \left( \frac{V}{\sigma_{\mathbf{w}}} \right),$$

- Let  $H_C(f) = 1$  over  $|f| \leq \frac{1}{2T_b}$  and consider AWGN with PSD  $\frac{N_0}{2}$ . Then

$$\left( \frac{V^2}{\sigma_{\mathbf{w}}^2} \right)_{\max} = P_T T_b \left[ \sqrt{N_0/2} \int_{-\frac{1}{2T_b}}^{\frac{1}{2T_b}} 2T_b \cos(\pi f T_b) df \right]^{-2} = (P_T T_b) \left( \frac{2}{N_0} \right) \left( \frac{\pi}{4} \right)^2$$

$$P[\text{error}]_{\text{duobinary}} = \frac{3}{2} Q \left( \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2P_T T_b}{N_0}} \right).$$

- For binary PAM with zero ISI  $\left( \frac{V^2}{\sigma_{\mathbf{w}}^2} \right)_{\max}$  is

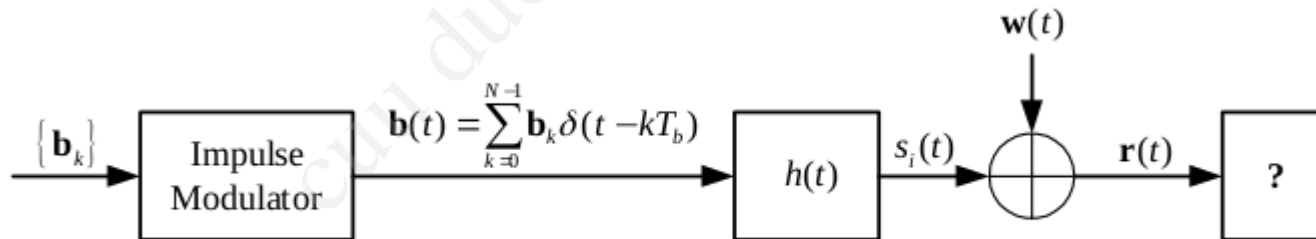
$$P_T T_b \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S_R(f)| \sqrt{S_{\mathbf{w}}(f)}}{|H_C(f)|} df \right]^{-2} = P_T T_b \left[ \sqrt{N_0/2} \int_{-\frac{1}{2T_b}}^{\frac{1}{2T_b}} |S_R(f)| df \right]^{-2} = P_T T_b \left( \frac{2}{N_0} \right)$$

$$P[\text{error}]_{\text{binary}} = Q \left[ \sqrt{\frac{2P_T T_b}{N_0}} \right].$$

- Duobinary modulation requires an addition of  $\left( \frac{4}{\pi} \right)^2$  or 2.1 dB to achieve the same error probability as the zero-ISI modulation.

## 9.4. Chấp nhận ISI và thiết kế tốt bộ giải điều chế (Maximum Likelihood Estimation)

- Khi không kiểm soát được ISI thì giải pháp xử lý ISI sẽ là thiết kế tốt bộ giải điều chế.
- Do có ISI nên tiêu chuẩn hợp lý là tối thiểu hóa xác suất quyết định lỗi cho chuỗi ký hiệu nhận được
- Chúng ta sẽ xem xét chuỗi tín hiệu của chuỗi N bit được tạo và truyền trong thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = Nt_b$ ,  $T_b$  là chu kỳ bit.
- Giả sử đặc tính xung của máy phát và kênh là  $h(t)$  sẽ không bằng 0 trong khoảng  $[0, Lt_b]$ , hay ISI bao trùm  $L$  ký hiệu



Modulator/Transmitter Filter/Channel

# 9.4. Chấp nhận ISI

- Coi mỗi chuỗi N bit được mang bởi 1 tín hiệu là chuỗi tín hiệu của chuỗi N bit. Hệ thống có M tín hiệu.

$$s_i(t) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} h(t - kT_b), \quad i = 1, 2, \dots, M = 2^N$$

- Khi máy phát truyền 1 trong M tín hiệu trên, máy thu sẽ nhận được tín hiệu đó cộng với nhiễu  $w(t)$ . Luật quyết định thu theo cực đại hóa hàm tương quan

Compute:

$$\gamma_i = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} r(t) s_i(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} s_i^2(t) dt, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

and choose the *largest*.

Compute:

$$\gamma_i = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} \int_{-\infty}^{\infty} r(t) h(t - kT_b) dt -$$
$$\frac{1}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} b_{i,k} b_{i,j} \int_{-\infty}^{\infty} h(t - kT_b) h(t - jT_b) dt$$

and choose the *largest*.



# 9.4. Chấp nhận ISI

- Định nghĩa:  $h_{k-j} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - kT_b)h(t - jT_b)dt$       $r_k = \int_{-\infty}^{\infty} r(t)h(t - kT_b)dt$
- Luật quyết định định chuyển thành:

Compute:

$$\gamma_i = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} r_k - \frac{1}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} b_{i,k} b_{i,j} h_{k-j}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

and choose the *largest*.

- Từ đó ta có thể định nghĩa độ đo trên cả chuỗi (Path Metric) để quyết định chọn 1 tín hiệu:

$$\gamma_i = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} r_k - \frac{1}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k}^2 h_0 - \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} \sum_{j=1}^k b_{i,k-j} h_j$$

## 9.4. Chấp nhận ISI

- Chú ý  $b_{i,j} = +/-1$  và  $\sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} h_0 = h_0$  là hằng số; thêm nữa  $h(t) = 0$  khi  $t \geq LT_b$ , hay  $h_j = 0$  khi  $j = L$  nên độ đo cả chuỗi là

$$\gamma_i = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \underbrace{\left\{ b_{i,k} r_k - b_{i,k} \sum_{j=1}^{L-1} b_{i,k-j} h_j \right\}}_{\text{branch metric}}.$$

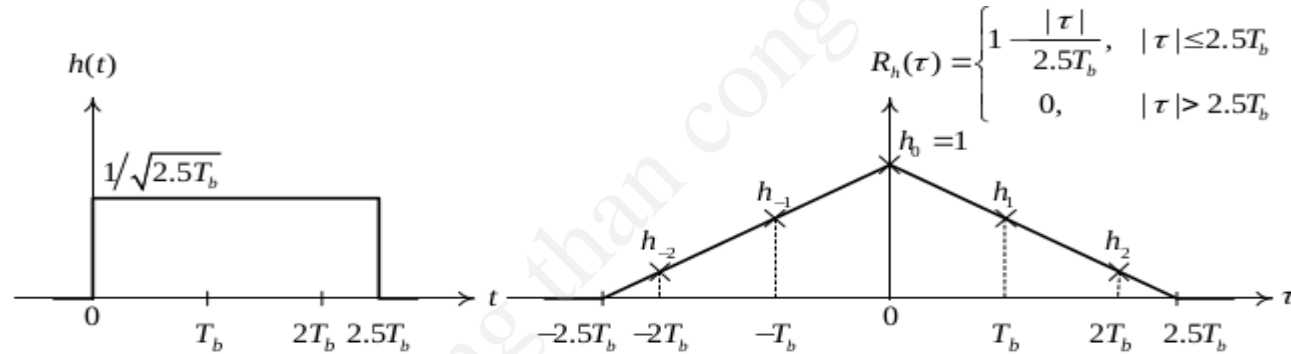
- Độ đo nhánh (Branch Metric) phụ thuộc vào: (i) Đầu ra hiện tại của bộ lọc phối hợp  $r_k$ , (ii) Giá trị hiện tại của bit (bit pattern), (iii)  $L-1$  giá trị của các bit (bit pattern) trước đó  $b_{i,k-1}, b_{i,k-2}, \dots, b_{i,k-(L-1)}$ .

## 9.4. Chấp nhận ISI

- Hệ thống truyền thông có ISI là một hệ có nhớ. Có thể sử dụng đồ hình trạng thái và đồ thị lưới (trellis) để biểu diễn tín hiệu được truyền và sử dụng thuật toán Viterbi để quyết định chuỗi bit được truyền từ chuỗi tín hiệu nhận được.
- Hệ sẽ có các trạng thái theo  $L-1$  bit là các bit của các chu kỳ trước.
- Thuật toán Viterbi sẽ bắt đầu từ trạng thái 0 tính độ đo nhánh và độ đo chuỗi bộ phận theo từng chu kỳ bit liên tiếp rồi dựa vào đồ thị lưới loại đi những chuỗi có độ đo chuỗi bé hơn trong các chuỗi đến cùng 1 nút (nếu có)
- Sau  $L-1$  chu kỳ bit, chuỗi có độ đo chuỗi lớn nhất là chuỗi được chọn là chuỗi được phát.

# 9.4. Chấp nhận ISI

- Ví dụ một hệ truyền thông có đặc tính xung của máy phát và kênh truyền  $h(t)$  sau:



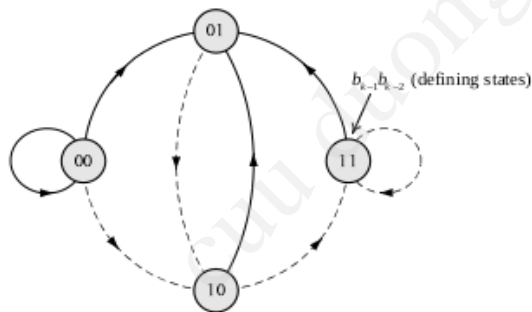
- Hệ này có  $h_1 = 0.6$ ,  $h_2 = 0.2$  và  $L=3$ ,  $L-1 = 2$ .

- Độ đo nhánh là:  $b_{i,k}r_k - 0.6b_{i,k}b_{i,k-1} - 0.2b_{i,k}b_{i,k-2}$

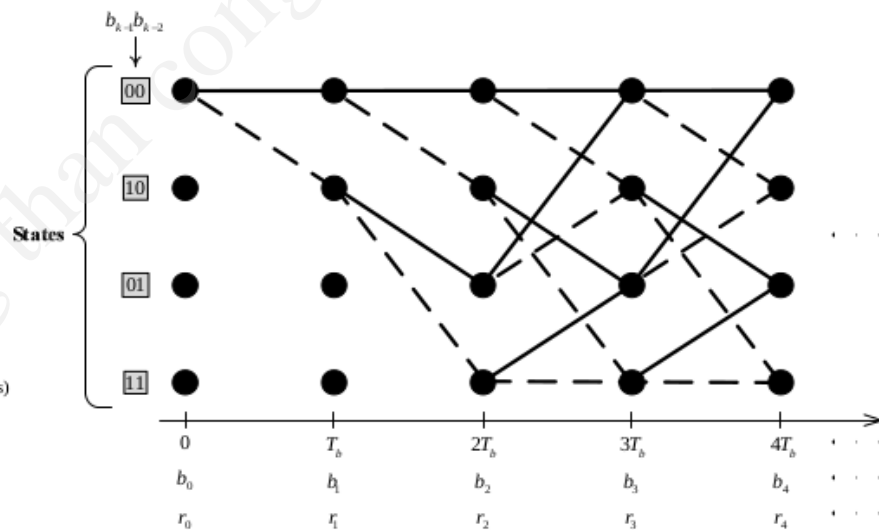
- Các bit vào  $b_{i,k-1}$ ,  $b_{i,k-2}$  biểu diễn trạng thái của hệ.

# 9.4. Chấp nhận ISI

- Đồ hình trạng thái và đồ thị lưới của hệ thống.



(a) State diagram



(b) Trellis

———— denotes present input bit  $b_k = 0$  (or  $-1$ )  
----- denotes present input bit  $b_k = 1$  (or  $+1$ )

# 9.4. Chấp nhận ISI

Consider  $\text{SNR} = E_b/\sigma^2 = 16 \text{ dB}$  (if  $E_b = 1 \text{ joule}$ , then  $\sigma = 0.158$ ). The sample output is  $r_k = y_k + w_k$ , where  $y_k = b_k + 0.6b_{k-1} + 0.2b_{k-2}$ .

$k$	0	1	2	3	4	5	6
$b_k$	0	1	0	1	0	0	1
$b_k$	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1
$y_k$	-1.0	0.4	-0.6	0.6	-0.6	-1.4	0.2
$w_k$	-0.074	0.059	0.116	0.336	-0.216	-0.163	0.165
$r_k$	-1.074	0.459	-0.484	0.936	-0.816	-1.563	0.365
$k$	7	8	9	10	11	12	13
$b_k$	1	0	1	0	0	0	0
$b_k$	+1	-1	+1	-1	-1	-1	-1
$y_k$	1.4	-0.2	0.6	-0.6	-1.4	-1.8	-1.8
$w_k$	-0.062	0.220	0.050	0.247	0.113	0.311	0.080
$r_k$	1.338	0.020	0.650	-0.353	-1.287	-1.489	-1.720
$k$	14	15	16	17	18	19	
$b_k$	1	1	0	0	1	0	
$b_k$	+1	+1	-1	-1	+1	-1	
$y_k$	0.2	1.4	-0.2	-1.4	0.2	-0.6	
$w_k$	-0.296	-0.054	-0.181	-0.034	0.189	-0.177	
$r_k$	-0.096	1.346	-0.381	-1.434	0.389	-0.777	

# 9.4. Chấp nhận ISI

- Tính độ đo nhánh

$$b_k r_k - b_k \sum_{j=1}^2 b_{k-j} h_j = b_k r_k - 0.6 b_k b_{k-1} - 0.2 b_k b_{k-2}$$

$b_{k-2}$	$b_{k-1}$	$b_k$	Branch Metric
0 (-1)	0 (-1)	0 (-1)	$-r_k - 0.6 - 0.2 = -r_k - 0.8$
0 (-1)	0 (-1)	1 (+1)	$+r_k + 0.6 + 0.2 = +r_k + 0.8$
0 (-1)	1 (+1)	0 (-1)	$-r_k + 0.6 - 0.2 = -r_k + 0.4$
0 (-1)	1 (+1)	1 (+1)	$+r_k - 0.6 + 0.2 = +r_k - 0.4$
1 (+1)	0 (-1)	0 (-1)	$-r_k - 0.6 + 0.2 = -r_k - 0.4$
1 (+1)	0 (-1)	1 (+1)	$+r_k + 0.6 - 0.2 = +r_k + 0.4$
1 (+1)	1 (+1)	0 (-1)	$-r_k + 0.6 + 0.2 = -r_k + 0.8$
1 (+1)	1 (+1)	1 (+1)	$+r_k - 0.6 - 0.2 = +r_k - 0.8$

# 9.4. Chấp nhận ISI

- Tính độ đo nhánh

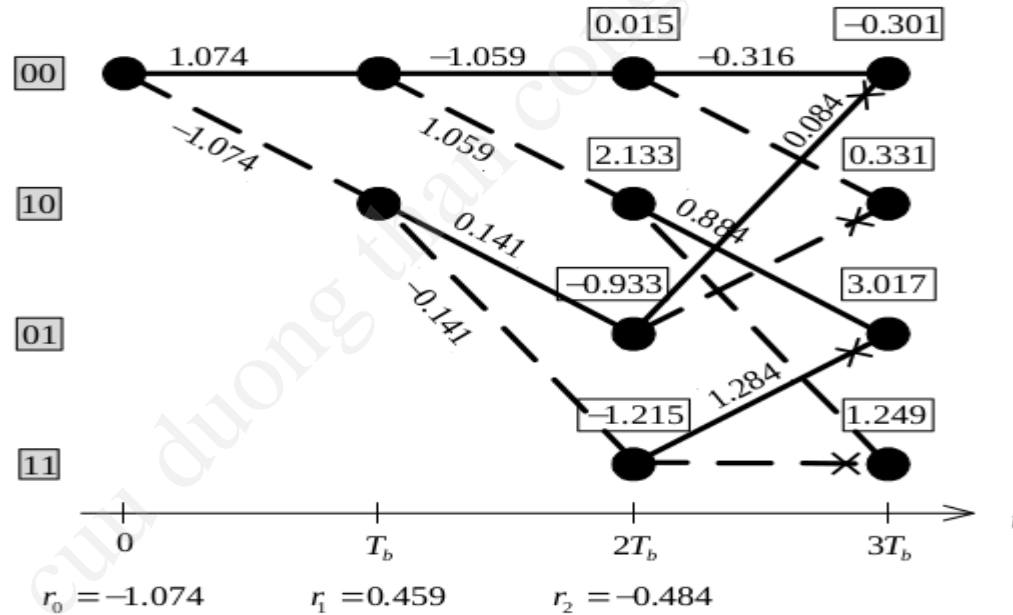
$$b_k r_k - b_k \sum_{j=1}^2 b_{k-j} h_j = b_k r_k - 0.6 b_k b_{k-1} - 0.2 b_k b_{k-2}$$

$b_{k-2}$	$b_{k-1}$	$b_k$	Branch Metric
0 (-1)	0 (-1)	0 (-1)	$-r_k - 0.6 - 0.2 = -r_k - 0.8$
0 (-1)	0 (-1)	1 (+1)	$+r_k + 0.6 + 0.2 = +r_k + 0.8$
0 (-1)	1 (+1)	0 (-1)	$-r_k + 0.6 - 0.2 = -r_k + 0.4$
0 (-1)	1 (+1)	1 (+1)	$+r_k - 0.6 + 0.2 = +r_k - 0.4$
1 (+1)	0 (-1)	0 (-1)	$-r_k - 0.6 + 0.2 = -r_k - 0.4$
1 (+1)	0 (-1)	1 (+1)	$+r_k + 0.6 - 0.2 = +r_k + 0.4$
1 (+1)	1 (+1)	0 (-1)	$-r_k + 0.6 + 0.2 = -r_k + 0.8$
1 (+1)	1 (+1)	1 (+1)	$+r_k - 0.6 - 0.2 = +r_k - 0.8$



# 9.4. Chấp nhận ISI.

- Độ đo nhánh và độ đo chuỗi cho 3 bit đầu:



# 9.4. Chấp nhận ISI

- Độ đo nhánh và độ đo chuỗi cho chuỗi 12 bit

